

KAROL KUKUŁA<sup>1</sup>, LIDIA LUTY<sup>2</sup>

## JESZCZE O PROCEDURZE WYBORU METODY PORZĄDKOWANIA LINIOWEGO

### 1. WPROWADZENIE

Liczni autorzy budujący rankingi obiektów na podstawie oceny zjawisk złożonych stosowali dowolnie wybraną przez siebie metodę porządkowania liniowego bądź też używali do tego celu kilka metod również subiektywnie wytypowanych, poddając otrzymane wyniki opinii czytelnika. Częstość pozyskiwane wyniki przy zastosowaniu kilku metod porządkowania liniowego różnią się między sobą. W niektórych zestawieniach porównywanych par metod różnice te są bardzo wyraźne. Powstaje w związku z tym dylemat, którą z metod porządkowania wybrać.

Problematyka wyboru metody porządkowania liniowego została podjęta w pracy Kukuła, Luty (2015a). W artykule tym przedstawiono propozycję procedury wspomagającej wybór metody porządkowania liniowego. Procedura ta bazuje na mierze podobieństwa rankingów uzyskanych w wyniku zastosowania kilku metod porządkowania liniowego. Zdaniem autorów, przy wyborze metody porządkowania liniowego w badaniach, należy wziąć pod uwagę dwa postulaty:

- zrealizować wybór dostosowując metodę pod kątem wykorzystania jej własności, charakteru zmiennych diagnostycznych oraz skali pomiaru zmiennych,
- wybrać metodę, która daje najbliższe wyniki końcowe względem pozostałych metod.

Problematykę tę podjęła także Kisielińska (2016). W swej pracy przedstawiła propozycję budowy rankingu wykorzystując wskaźnik zagregowanej pozycji w rankingach otrzymanych w wyniku zastosowania kilku metod porządkowania liniowego.

Celem niniejszego artykułu jest polemika z procedurą przedstawioną w pracy Kisielińskiej (2016). Zdaniem autorki jej metoda jest mniej odporna na „rankingi odstające”, w porównaniu do procedury zaproponowanej przez Kukuła, Luty (2015a). W szczególności pod rozwagę pragniemy poddać zasadność uwzględniania wszystkich rankingów, a zwłaszcza tych „odstających”, co autorka podkreśla jako atut zapropo-

---

<sup>1</sup> Uniwersytet Rolniczy, Wydział Rolniczo-Ekonomiczny, Katedra Statystyki i Ekonometrii, Al. Mickiewicza 21; 31-120 Kraków, Polska.

<sup>2</sup> Uniwersytet Rolniczy, Wydział Rolniczo-Ekonomiczny, Katedra Statystyki i Ekonometrii, Al. Mickiewicza 21; 31-120 Kraków, Polska, autor prowadzący korespondencję – e-mail: rrdutka@cyf-kr.edu.pl.

nowanej procedury („wszystkie opracowane rankingi mają wpływ na pozycję obiektu w rankingu ostatecznym”). Tym samym, proponujemy procedurę eliminacji „odstających” rankingów, wskazując na przykładach zasady jej przeprowadzenia, przed sporządzeniem ostatecznego rankingu, w szczególności gdy rozważamy wykorzystanie procedury proponowanej przez Kisielińską.

## 2. PREZENTACJA WYBRANYCH PROCEDUR

Procedury porządkowania liniowego obiektów zostały szczegółowo omówione w literaturze przedmiotu, w tym m.in. przez takich autorów jak: Perkal (1953), Hellwig (1968), Wesołowski (1975), Bartosiewicz (1976), Nowak (1977), Strahl (1978), Borys (1978), Grabiński (1992), Kukuła (2000), Lira i inni (2002), Młodak (2006), Pawełek (2008), Panek (2009), Walesiak (2014) i innych. Wielu autorów podkreśla, że rankingi tworzone różnymi metodami są niestabilne, co skłania do zwrócenia uwagi, po raz kolejny na potrzebę wypracowania procedur, które pozwolą na wybór metody lub „może”, co zaproponowała Kisielińska, procedury pozwalającej wyznaczyć ostateczne pozycje obiektów w rankingu.

Rozważmy  $v$  rankingów  $n$  obiektów opracowanych z wykorzystaniem różnych metod porządkowania liniowego opartych na zmiennej syntetycznej ze względu na stan zjawiska złożonego opisanego przez  $m$  zmiennych diagnostycznych.

W literaturze przedmiotu pojawiły się następujące procedury<sup>3</sup>:

**A** – wybór metody porządkowania liniowego (Kukuła, Luty, 2015a), tym samym rankingu na niej podstawie opracowanego, dla której  $\bar{u}_p$  jest maksymalne, gdy:

$$\bar{u}_p = \frac{1}{v-1} \sum_{\substack{q=1 \\ p \neq q}}^v m_{pq}, \quad p, q = 1, 2, \dots, v, \quad (1)$$

gdzie  $m_{pq}$  miara podobieństwa rankingów  $p$  i  $q$  (Kukuła, 1989):

$$m_{pq} = 1 - \frac{2 \sum_{i=1}^n |c_{ip} - c_{iq}|}{n^2 - z}, \quad (2)$$

$c_{ip}$ ,  $c_{iq}$  – pozycja  $i$ -tego obiektu odpowiednio w rankingu  $p$  i  $q$ ;

$z = \begin{cases} 0, & n \in P \\ 1, & n \notin P \end{cases}$ , a  $P$  – zbiór liczb naturalnych parzystych;

$m_{pq} \in [0, 1]$ .

<sup>3</sup> W dalszej części pracy procedury będą odpowiednio oznaczone: A lub B.

**B** – wyznaczenie rankingu ostatecznego (Kisielińska, 2016) na podstawie wskaźnika syntetycznego ( $w_i$ ) wykorzystującego wszystkie opracowane rankingi, który definiujemy:

$$w_i = \frac{1}{v} \sum_{j=1}^v c_{ij}, \quad (3)$$

$c_{ij}$  – pozycja  $i$ -tego obiektu w rankingu o numerze  $j$ ;  
 $w_i$  – wskaźnik syntetyczny  $i$ -tego obiektu.

Sporządzony ostatecznie ranking z wykorzystaniem proponowanych procedur zależy od wyjściowego zestawu metod porządkowania. W szczególności procedura B oparta na średniej arytmetycznej rang jest czuła na „odstające” rankingi. Zasadnym zatem byłoby wyeliminowanie tych układów porządkowych. Proponujemy następujący algorytm eliminacji:

1. porównanie układów porządkowych każdy z każdym z wykorzystaniem miary  $m_{pq}$  (2) i przedstawienie ich w macierz  $M$ :

$$M = [m_{pq}] = \begin{bmatrix} 1 & m_{12} & m_{13} & \cdots & m_{1v} \\ & 1 & m_{23} & \cdots & m_{2v} \\ & & \vdots & \vdots & \vdots \\ & & & \vdots & \vdots \\ & & & & 1 \end{bmatrix}; \quad (4)$$

2. wyznaczenie średniej miary podobieństwa rankingów:

$$\bar{m} = \frac{2 \sum_{p=1}^v \sum_{p>q} m_{pq}}{v \cdot (v-1)}, \quad p, q = 1, 2, \dots, v; \quad (5)$$

3. wyznaczenie odchylenia przeciętnego:

$$d(m) = \frac{2 \sum_{p=1}^v \sum_{p>q} |m_{pq} - \bar{m}|}{v \cdot (v-1)}, \quad p, q = 1, 2, \dots, v; \quad (6)$$

4. wyeliminowanie rankingów, dla których:

$$\forall p, q, p \neq q : m_{pq} \leq \bar{m} + d(m). \quad (7)$$

## 3. WERYFIKACJA EMPIRYCZNA

Do sporządzenia rankingów<sup>4</sup> wykorzystano następujące metody porządkowania liniowego oparte na zmiennej syntetycznej<sup>5</sup>:

- metody wzorcowe:
  - R1 – metoda Hellwiga, normalizacja cech z wykorzystaniem standaryzacji zmiennych,
  - R2 – metoda TOPSIS, normalizacja cech z wykorzystaniem standaryzacji zmiennych,
  - R3 – metoda pozycyjna, normalizacja cech z wykorzystaniem standaryzacji pozycyjnej z medianą Webera, agregacja zmiennych dokonana z wykorzystaniem propozycji Hellwiga;
- metody bezwzorcowe<sup>6</sup>, uwzględniające normalizację cech z wykorzystaniem:
  - R4 – standaryzacji zmiennych,
  - R5 – metody unitaryzacji zerowanej,
  - R6 – metody Strahl,
  - R7 – metody Nowaka.

Przyjęto ten sam zestaw metod co stosowała w swoim artykule Kisielińska (2016) celem dokonania porównań.

**Przykład 1<sup>7</sup>**

Do oceny potencjalnych możliwości zaspokojenia zapotrzebowania na produkty rolnicze państw Unii Europejskiej (UE) autorka wytypowała następujące zmienne diagnostyczne:

- $X_1$  – liczba ludności na 1 zatrudnionego w rolnictwie,
- $X_2$  – liczba osób zatrudnionych w rolnictwie otrzymujących wynagrodzenie w stosunku do nie otrzymujących wynagrodzenia,
- $X_3$  – powierzchnia UR przypadająca na 1 zatrudnionego w rolnictwie,
- $X_4$  – udział UR w powierzchni całkowitej,
- $X_5$  – produkcja mięsa na 1 mieszkańca,
- $X_6$  – produkcja roślinna na 1 mieszkańca,
- $X_7$  – wartość dodana wypracowana przez 1 zatrudnionego w rolnictwie.

Dla wszystkich zmiennych diagnostycznych w badanej grupie obiektów współczynnik zmienności jest większy od 10%, a ilorazy skrajnych wartości przekraczają wartość dwa (tabela 1).

<sup>4</sup> W dalszej części pracy metody (lub rankingi sporządzone z ich wykorzystaniem) będą oznaczone odpowiednio: R1, R2, R2, R3, R4, R5, R6, R7.

<sup>5</sup> Wymienione procedury wykorzystano i omówiono m.in. w pracy Kukuła, Luty (2015a).

<sup>6</sup> Zmienna syntetyczna wyznaczona jest jako średnia arytmetyczna sum znormalizowanych wartości zmiennych diagnostycznych.

<sup>7</sup> Przykład pochodzi z artykułu Kisielińska (2016).

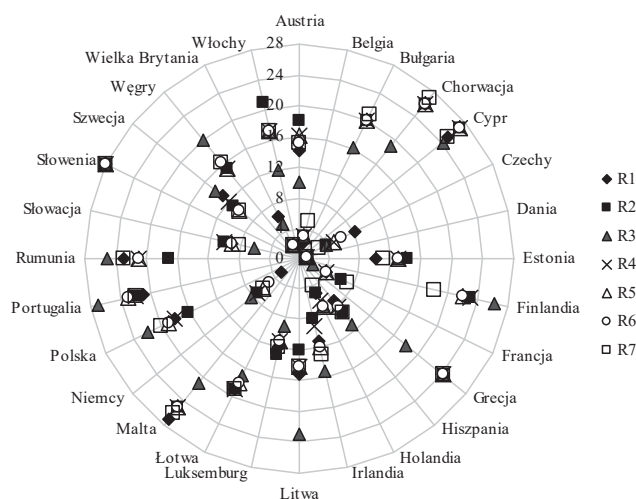
Tabela 1.

Podstawowe charakterystyki przyjętych zmiennych diagnostycznych

Charakterystyki liczbowe	Zmienne diagnostyczne						
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$
Maksymalna wartość	219,00	2,77	57,70	0,71	327,80	2,86	67,70
Minimalna wartość	15,00	0,06	2,16	0,07	7,20	0,16	3,99
Średnia arytmetyczna	75,36	0,57	23,85	0,40	82,15	1,20	19,61
Mediana	60,50	0,39	22,83	0,43	64,95	1,10	13,03
Współrzędne mediany Webera	60,75	0,51	21,05	0,34	69,82	1,11	16,61
Odchylenie standardowe	57,76	0,61	15,07	0,16	65,35	0,67	15,34
Współczynnik zmienności	0,77	1,07	0,63	0,39	0,80	0,56	0,78
Iloraz skrajnych wartości	14,60	46,17	26,71	10,14	45,53	17,88	16,97
Współczynnik skośności	1,02	2,34	0,52	-0,33	2,28	0,79	1,36

Źródło: obliczenia własne na podstawie z artykułu Kisielińskiej (2016).

Wykorzystując dane z baz EUROSTATU z 2015 roku sporządzono rankingi: R1, R2, ..., R7 państw UE ze względu na ocenę potencjału możliwości zaspokojenia zapotrzebowania na produkty rolnicze. Pozycje państw w sporządzonych rankingach przedstawiono na rysunku 1. Należy zwrócić uwagę, że tylko dwa spośród 28 państw UE we wszystkich rankingach miały tę samą pozycję, były to państwa sklasyfikowane odpowiednio najwyżej (Dania) i najniżej (Słowenia). Litwa w rankingu sporządzonym z wykorzystaniem metody TOPSIS (R2) uplasowała się na 12 pozycji, a gdy bazowano na metodzie pozycyjnej (R3) na pozycji 23.



Rysunek 1. Ranki państw UE ze względu na ocenę potencjału możliwości zaspokojenia zapotrzebowania na produkty rolnicze uzyskane w wyniku zastosowania siedmiu metod porządkowania liniowego obiektów (R1, R2, ..., R7)

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z artykułu Kisielińska (2016).

Dla każdej pary sporządzonych układów porządkowych: R1, R2, ..., R7 wyznaczono miarę  $m_{pq}$  i przedstawiono w macierzy  $M$ <sup>8</sup>:

$$M = \begin{bmatrix} 1,000 & 0,862 & 0,755 & 0,913 & 0,908 & 0,918 & 0,898 \\ & 1,000 & 0,714 & 0,939 & 0,913 & 0,903 & 0,878 \\ & & 1,000 & 0,765 & 0,776 & 0,776 & 0,750 \\ & & & 1,000 & 0,969 & 0,959 & 0,903 \\ & & & & 1,000 & 0,990 & 0,918 \\ & & & & & 1,000 & 0,918 \\ & & & & & & 1,000 \end{bmatrix}.$$

Następnie według wzorów (5) i (6) wyznaczono odpowiednio średnią miarę podobieństwa oraz odchylenie przeciętne:  $\bar{m} = 0,873$  oraz  $d(m) = 0,068$ . Największe podobieństwo (macierz  $M$ ) charakteryzuje parę rankingów uzyskanych z wykorzystaniem dwóch bezwzorcowych metod porządkowania, w których formułą normującą była odpowiednio metoda Strahl i metoda unitaryzacji zerowanej ( $m_{56} = 0,990$ ). Z kolei największe zróżnicowanie charakteryzuje parę rankingów uzyskanych z wykorzystaniem metody TOPSIS i metody pozycyjnej ( $m_{23} = 0,714$ ). Zauważymy także, że w macierzy  $M$  wszystkie wartości (oczywiście poza elementem na przekątnej) w trzecim wierszu i w trzeciej kolumnie są mniejsze od przeciętnej miary podobieństwa ( $\bar{m}$ ), co pozwala stwierdzić, że ranking zbudowany z wykorzystaniem metody pozycyjnej (R3) jest najbardziej „odstający”.

Wykorzystując algorytm zaproponowanej eliminacji, dla danych z przykładu 1 „odstającymi” rankingami okazały się te, w których stosowano: metodę Hellwiga, metodę TOPSIS, metodę pozycyjną, metodę Nowaka. Tym samym do proponowanego wskazania/wyznaczenia ostatecznego rankingu proponuje się wykorzystać zredukowaną liczbę rankingów, zostawiając te, które uzyskano z wykorzystaniem metod bezwzorcowych, gdy do normalizacji przyjęto odpowiednio: standaryzację zmiennych (R4), metodę unitaryzacji zerowanej (R5), metodę Strahl (R6). W tabeli 2 przedstawiono rangi państw uzyskane w wyniku zastosowania procedury Kukuła, Luty (A) i procedury Kisielińska (B), wykorzystujące odpowiednio wszystkie wyjściowe rankingi (oznaczono odpowiednio: rA i rB) oraz zredukowaną liczbę rankingów (oznaczono odpowiednio: r\*A i r\*B).

<sup>8</sup> Numer wiersza (kolumny) odpowiada numerowi w przyjętym oznaczeniu metod.

Tabela 2.

Pozycje państw UE uzyskane w wyniku zastosowania procedury Kukuła, Luty (A) i procedury Kisielińskiej (B), gdy wykorzystano odpowiednio wszystkie wyjściowe rankingi (rA, rB) i zredukowaną ich liczbę (r\*A, r\*B)

Kraj	Procedura A		Procedura B	
	rA	r*A	rB	r*B
Austria	16	16	14	16
Belgia	3	3	3	3
Bułgaria	20	20	20	20
Chorwacja	26	26	26	26
Cypr	27	27	27	27
Czechy	5	5	5	5
Dania	1	1	1	1
Estonia	13	13	13	13
Finlandia	22	22	22	22
Francja	4	4	4	4
Grecja	24	24	24	24
Hiszpania	8	8	8	8
Holandia	7	7	6	7
Irlandia	12	12	11	11
Litwa	14	14	15	14
Luksemburg	11	11	10	12
Łotwa	18	18	18	18
Malta	25	25	25	25
Niemcy	6	6	7	6
Polska	19	19	19	19
Portugalia	23	23	23	23
Rumunia	21	21	21	21
Słowacja	9	9	9	9
Słowenia	28	28	28	28
Szwecja	10	10	12	10
Węgry	15	15	16	15
Wielka Brytania	2	2	2	2
Włochy	17	17	17	17

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z artykułu Kisielińska (2016).

Zastosowanie procedury Kukuła, Luty zarówno w odniesieniu do wszystkich wyjściowych rankingów jak i do zredukowanej liczby nie zmieniło końcowego uporządkowania państw. W rozpatrywanym przykładzie, w obu przypadkach najbardziej podobnym do wszystkich uwzględnianych rankingów okazał się ranking oparty na metodzie unitaryzacji zerowanej (R5). W tabeli 3 przedstawiono wartości średnich miar podobieństwa oszacowane ( $\bar{u}_p$ ) według wzoru (1) dla każdej zastosowanej metody porządkowania liniowego.

Tabela 3.

Wartości  $\bar{u}_p$  ( $p$ -numer metody) z uwzględnieniem odpowiednio: wszystkich wyjściowych rankingów i wybranych rankingów (po odrzuceniu rankingów „odstających”)

Uwzględnione rankingi	Metoda konstrukcji zmiennej syntetycznej						
	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7
R1, R2, ..., R7	0,876	0,868	0,760	0,908	0,912	0,911	0,878
R4, R5, R6	-	-	-	0,964	0,980	0,974	-

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z artykułu Kisielińska (2016).

Trudno to samo stwierdzić o wynikach zastosowania procedury Kisielińskiej. Pozycje siedmiu państw różniły się w zależności od tego czy bazowano na wszystkich wyjściowych rankingach czy na zredukowanej ich liczbie.

Podkreślić należy także, iż układy porządkowe państw UE skonstruowane z wykorzystaniem odpowiednio procedury Kukuła, Luty i procedury Kisielińskiej, gdy bazowano na wszystkich rankingach różniły się dla siedmiu badanych obiektów. Miara podobieństwa tych rankingów oszacowana wg wzoru (2) wynosi 0,974. Różnice te zmniejszyły się, gdy dokonano eliminacji rankingów „odstających”.

Jako ostateczny ranking proponuje się uznać ranking  $r^*A$  lub  $r^*B$ , czyli rankingi wykorzystujące omówione procedury po dokonaniu redukcji rankingów odstających. Pozycje tylko dla dwóch państw (Irlandii, Luksemburga), w tych rankingach różnią się.

## Przykład 2

Wygenerowano realizację siedmiu zmiennych diagnostycznych:  $X_1, X_2, \dots, X_7$  dla siedemnastu umownych obiektów:  $O_1, O_2, \dots, O_{17}$ , których realizację przedstawiono w tabeli 4.

Wartości charakterystyk liczbowych zmiennych diagnostycznych przedstawiono w tabeli 5. Dla wszystkich zmiennych diagnostycznych w badanej grupie obiektów współczynnik zmienności jest większy od 10%, a ilorazy skrajnych wartości przekraczają wartość dwa.

W opracowaniu przyjęto założenie, że każda zmienna jest stymulantą oraz wnosi taką samą porcję informacji do oceny badanych obiektów (wagi wszystkich zmiennych są takie same i wynoszą jeden).



Tabela 4.

## Wartości zmiennych diagnostycznych

Obiekt	Zmienne diagnostyczne						
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$
O1	1000	102	49	1200	80	436	660
O2	250	135	42	300	75	380	520
O3	350	141	35	256	20	354	610
O4	282	155	77	340	65	440	577
O5	14	133	63	700	52	352	601
O6	268	112	45	650	41	12	502
O7	320	120	31	350	98	2	560
O8	310	135	45	280	30	442	525
O9	330	114	80	220	22	340	15
O10	260	108	48	236	66	880	10
O11	285	122	78	288	59	441	502
O12	300	5	32	688	50	350	605
O13	339	145	38	244	25	402	648
O14	340	107	36	200	100	365	504
O15	290	105	30	670	32	348	625
O16	332	144	37	210	95	400	500
O17	255	100	72	660	96	882	20

Źródło: opracowanie własne.

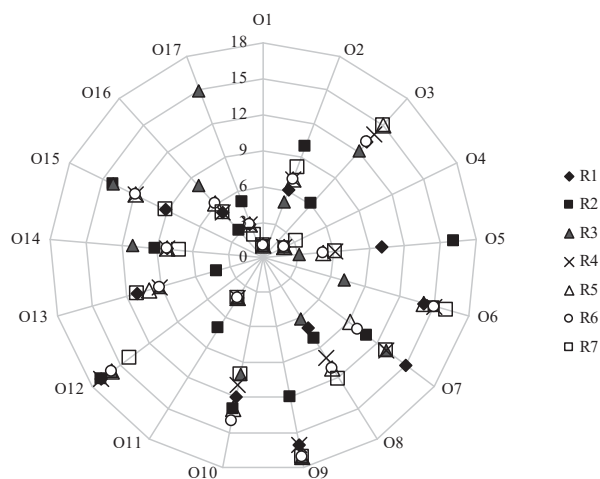
Tabela 5.

## Podstawowe charakterystyki przyjętych zmiennych diagnostycznych

Charakterystyki liczbowe	Zmienne diagnostyczne						
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$
Maksymalna wartość	1000,00	155,00	80,00	1200,00	100,00	882,00	660,00
Minimalna wartość	14,00	5,00	30,00	200,00	20,00	2,00	10,00
Średnia arytmetyczna	325,00	116,65	49,29	440,71	59,18	401,53	469,65
Mediana	300,00	120,00	45,00	300,00	59,00	380,00	525,00
Współrzędne mediany Webera	299,50	129,05	51,16	325,69	58,39	399,13	522,24
Odchylenie standardowe	184,23	32,44	17,14	266,93	27,35	215,96	216,54
Współczynnik zmienności	0,57	0,28	0,35	0,61	0,46	0,54	0,46
Iloraz skrajnych wartości	71,43	31,00	2,67	6,00	5,00	441,00	66,00
Współczynnik skośności	2,86	-2,41	0,78	1,46	0,10	0,62	-1,63

Źródło: obliczenia własne na podstawie tabeli 4.

Wykorzystując dane z tabeli 4 sporządzono rankingi: R1, R2, ..., R7 obiektów: O1, O2, ..., O17, których pozycje są ukazane na rysunku 2. Tylko jeden obiekt (O1) we wszystkich rankingach miał stałą pozycję, a dla dwóch obiektów różnica rang wynosiła aż 13.



Rysunek 2. Rangi obiektów (O1, O2, ..., O17) uzyskane w wyniku zastosowania siedmiu metod porządkowania liniowego obiektów (R1, R2, ..., R7)

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z tabeli 4.

Dla każdej pary układów porządkowych: R1, R2, ..., R7 obiektów: O1, O2, ..., O17 wyznaczono wartość miary  $m_{pq}$  według wzoru (2). Wszystkie wyliczone wartości  $m_{pq}$  przedstawiono w macierzy  $M$  wg (4):

$$M = \begin{bmatrix} 1,000 & 0,667 & 0,667 & 0,875 & 0,819 & 0,819 & 0,819 \\ & 1,000 & 0,514 & 0,681 & 0,639 & 0,667 & 0,569 \\ & & 1,000 & 0,708 & 0,681 & 0,694 & 0,625 \\ & & & 1,000 & 0,903 & 0,917 & 0,875 \\ & & & & 1,000 & 0,958 & 0,847 \\ & & & & & 1,000 & 0,833 \\ & & & & & & 1,000 \end{bmatrix}.$$

Następnie korzystając ze wzorów (5) oraz (6) wyznaczono:  $\bar{m} = 0,751$  oraz  $d(m) = 0,110$ .

Także i w tym przykładzie, największe podobieństwo (macierz  $M$ ) charakteryzuje parę rankingów uzyskanych z wykorzystaniem metody Strahl i metody unitaryzacji zerowanej ( $m_{56} = 0,958$ ). Najmniej podobną okazała się również para rankingów

uzyskanych z wykorzystaniem metody TOPSIS i metody pozycyjnej ( $m_{23} = 0,514$ ). Zauważymy, że i w tym przykładzie wartości miar podobieństwa rankingu R3 z rankingami wyznaczonymi w oparciu o pozostałe uwzględnione metody są mniejsze od przeciętnej miary podobieństwa.

Wykorzystując algorytm zaproponowanej eliminacji „odstających” rankingów do wskazania według proponowanej procedury ostatecznego rankingu wykorzystano następujące rankingi: R1, R4, R5, R6, R7, eliminując, w tym przykładzie rankingi: R2 i R3.

Analogicznie jak w tabeli 3 dla przykładu 1 tak dla przykładu 2, w tabeli 6 przedstawiono rangi obiektów uzyskane w wyniku zastosowania dwóch procedur: A, B, wykorzystujące odpowiednio wszystkie wyjściowe rankingi ( $r_A, r_B$ ) oraz zredukowaną liczbę rankingów ( $r^*A, r^*B$ ).

Zastosowanie procedury A także i w tym przykładzie, w odniesieniu do wszystkich wyjściowych rankingów jak i do zredukowanej ich liczby nie zmieniło uporządkowania obiektów. Nie można tego samego stwierdzić w odniesieniu do wyników uzyskanych z wykorzystaniem procedury B. Rangi w układach porządkowych oznaczonych odpowiednio:  $r_B$  i  $r^*B$  różniły się aż dla jedenastu obiektów. Należy także zaznaczyć, że pozycje siedmiu obiektów zależały od zastosowania procedury (A lub B), gdy bazujemy na wszystkich wyjściowych rankingach.

Tabela 6.

Pozycje obiektów uzyskane w wyniku zastosowania procedur: A, B, wykorzystujące odpowiednio wszystkie wyjściowe rankingi ( $r_A, r_B$ ) oraz zredukowaną liczbę rankingów ( $r^*A, r^*B$ )

Obiekt	Procedura			
	A		B	
	$r_A$	$r^*A$	$r_B$	$r^*B$
O1	1	1	1	1
O2	7	7	6	7
O3	14	14	13	14
O4	2	2	2	2
O5	6	6	7	6
O6	15	15	15	15
O7	13	13	14	12
O8	10	10	9	10
O9	16	16	16	17
O10	11	11	11	13
O11	4	4	4	4
O12	17	17	17	16
O13	9	9	8	9
O14	8	8	10	8
O15	12	12	12	11
O16	5	5	5	5
O17	3	3	3	3

Źródło: opracowanie własne.

Wylimitowanie rankingów odstających, a następnie wykorzystanie omówionych procedur (A, B) także nie dało identycznych rankingów, niemniej różnice dotyczyły tylko czterech obiektów.

## 5. UWAGI KOŃCOWE

Przedstawiona, prawie pół wieku temu przez Hellwiga (1968) metoda porządkowania liniowego obiektów w obszarze ekonomii przyczyniła się niewątpliwie zarówno do rozpowszechniania jak i modyfikowania grupy metod Wielowymiarowej Analizy Porównawczej. Na rozwój tych metod wpływ miała i nadal ma komputeryzacja, ułatwiająca i niejednokrotnie umożliwiająca wykonywanie skomplikowanych obliczeń z dużą dokładnością.

Stojąc przed wyborem metody trzeba zwrócić uwagę na jej własności, charakter zmiennych diagnostycznych, skalę pomiaru zmiennych, a nie stosować aktualnie często wybierane procedury. Tu należy wspomnieć o metodzie pozycyjnej lub TOPSIS, które dały w obu przedstawionych przykładach najbardziej odstające wyniki w porównaniu do rankingów uzyskanych z wykorzystaniem innych metod, co również można zaobserwować w artykułach Kukuła, Luty (2015a, 2015b) i Kisielińska (2016).

Rozważając własności poszczególnych metod normowania cech diagnostycznych warto zwrócić uwagę, iż niektóre z nich w sposób nieliniowy dokonują wartościowania. Jeżeli nie potrafimy sprecyzować wyraźnych przesłanek by realizować przekształcenie cech diagnostycznych w sposób nieliniowy to lepiej poprzestać na liniowym sposobie ich wartościowania.

Z badań przedstawionych w artykule wyciągnąć można następujące wnioski:

- wybierając metodę porządkowania liniowego należy pamiętać, że różne metody dają znacznie różniące się od siebie rankingi,
- dokonując wyboru metody porządkowania liniowego należy przeprowadzić obliczenia z zastosowaniem kilku procedur i dokonać wyboru wykorzystując już istniejące rozwiązania w literaturze lub zweryfikować z ekspertami badanej tematyki,
- zaproponowana procedura eliminacji rankingów „odstających”, a tym samym metod na podstawie, których zostały wyznaczone stanowiska, jak się wydaje, pomocne narzędzie przed budową ostatecznego rankingu obiektów.

Ponadto, pragniemy podkreślić, iż odzew w tak krótkim czasie na poruszany przez nas temat w artykule (Kukuła, Luty, 2015a), świadczy o tym, że problem ten jest istotny.

## LITERATURA

- Bartosiewicz S., (1976), Propozycja metody tworzenia zmiennych syntetycznych, *Zeszyty Naukowe AE*, 84, Wrocław, 5–7.
- Borys T., (1978), Metody normowania cech w statystycznych badaniach porównawczych, *Przegląd Statystyczny*, 25 (2), 227–239.
- Grabiński T., (1984), *Wielowymiarowa analiza porównawcza w badaniach dynamiki zjawisk ekonomicznych*, Zeszyty Naukowe AE w Krakowie, Seria specjalna, Monografie, 61, Kraków.

- Hellwig Z., (1968), Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę wykwalifikowanych kadr, *Przegląd Statystyczny*, 15 (4), 307–327.
- Hwang C. L., Yoon K., (1981), *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*, Springer Verlag.
- Kisielińska J., (2016), Ranking państw UE ze względu na potencjalne zaspokojenie zapotrzebowania na produkty rolne z wykorzystaniem metod porządkowania liniowego, *Problemy rolnictwa światowego*, 16 (3), Warszawa, 142–152.
- Kukuła K., (1989), *Statystyczna analiza strukturalna i jej zastosowanie w sferze usług produkcyjnych dla rolnictwa*, Zeszyty Naukowe AE w Krakowie, Seria specjalna, Monografie, 89, Kraków.
- Kukuła K., (2000), *Metoda unitaryzacji zerowanej*, PWN, Warszawa.
- Kukuła K., Luty L., (2015a), Propozycja procedury wspomagającej wybór metody porządkowania liniowego, *Przegląd Statystyczny*, 62 (2), 219–231.
- Kukuła K., Luty L., (2015b), Ranking państw UE ze względu na wybrane wskaźniki charakteryzujące rolnictwo ekologiczne, *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, Wydawnictwo SGGW, Tom XVI, 3, Warszawa, 225–236.
- Lira J., Wagner W., Wysocki F., (2002), *Mediana w zagadnieniach porządkowania obiektów wielocechowych*, w: Paradysz J., (red.), *Statystyka regionalna w służbie samorządu lokalnego i biznesu*, Internetowa Oficyna Wydawnicza Centrum Statystyki Regionalnej, AE, Poznań, 87–99.
- Młodak A., (2006), *Analiza Taksonomiczna w statystyce regionalnej*, Difin, Warszawa.
- Nowak E., (1977), Syntetyczne mierniki plonów w krajach europejskich, *Wiadomości Statystyczne*, 10, 19–22.
- Pawełek B., (2008), *Metody normalizacji zmiennych w badaniach porównawczych złożonych zjawisk ekonomicznych*, Zeszyty Naukowe UE, Seria specjalna, Monografie, 187, Kraków.
- Panek T., (2009), *Statystyczne metody wielowymiarowej analizy porównawczej*, SGH, Oficyna Wydawnicza, Warszawa.
- Pluta W., (1977), *Wielowymiarowa analiza porównawcza w badaniach ekonomicznych*, PWE, Warszawa.
- Strahl D., (1978), Propozycja konstrukcji miary syntetycznej, *Przegląd Statystyczny*, 25 (2), 205–215.
- Walesiak M., (2014), Przegląd formuł normalizacji wartości zmiennych oraz ich własności w statystycznej analizie wielowymiarowej, *Przegląd Statystyczny*, 61 (4), 363–372.
- Wesołowski W. J., (1975), *Programowanie nowej techniki*, PWN, Warszawa.

## JESZCZE O PROCEDURZE WYBORU METODY PORZĄDKOWANIA LINIOWEGO

### Streszczenie

W opracowaniu podjęto po raz kolejny zagadnienie wyboru metody porządkowania liniowego jako odpowiedź na propozycję procedury przedstawionej w pracy Kisielińskiej (2016). Pokazano na dwóch przykładach, że ranking zależy od zastosowanej metody, a różnice są istotne. Pokreślono tym samym konieczność zastosowania kilku metod przed budową ostatecznego rankingu oraz wyeliminowaniu rankingów „odstających”. W artykule zaproponowano procedurę ich eliminacji. Oparto ją na średniej arytmetycznej i odchyleniu przeciętnym miar podobieństwa rankingów uzyskanych z wykorzystaniem kilku metod porządkowania liniowego. Z przedstawionych badań wynika, że dokonując wyboru metody porządkowania liniowego należy przeprowadzić obliczenia z zastosowaniem kilku procedur i dokonać wyboru wykorzystując już istniejące rozwiązania w literaturze lub zweryfikować z ekspertami badanej tematyki.

**Słowa kluczowe:** normowanie cech, wybór metody, porządkowanie liniowe, ranking

ONCE MORE ABOUT THE SELECTION PROCEDURE  
FOR THE LINEAR ORDERING METHOD

A b s t r a c t

In this paper once again the issue of selecting the method of linear ordering was analyzed as a response to proposed procedure presented in Kisielińska's paper (2016). It was shown in two examples that the ranking depends on the method used, and the differences are significant. Underlined the need to apply several methods before the construction of the final ranking and eliminating the "outliers" rankings. The article proposes a procedure for their elimination. It is based on the arithmetic mean and deviation of average measures of rankings' similarity obtained with the use of several linear ordering methods. The research shows that when choosing a linear ordering methods calculations should be carried out using several procedures and make a selection using the already existing solutions in the literature or verify with the experts of analyzed subject.

**Keywords:** characteristics' normalizing, selection of method, linear ordering, ranking