

GRZEGORZ TARCZYŃSKI<sup>1</sup>

## MODEL DLA ZADANIA KOMPLETACJI ZLECEŃ ŁĄCZONYCH UWZGLĘDNIAJĄCY PROBLEM BLOKOWANIA SIĘ MAGAZYNIERÓW

### 1. WSTĘP

Dynamiczny rozwój handlu internetowego pociąga za sobą konieczność szybkiej i niezawodnej kompletacji zamówień. Klienci bowiem często już następnego dnia chcą otrzymać zamówiony towar. Z tego powodu wdrażane są w magazynach nowoczesne rozwiązania mające umożliwić bardziej płynną realizację procesu kompletacji. Jednym z takich rozwiązań jest instalacja systemu automatycznego, w którym towary (umieszczone zazwyczaj w kuwetach) za pomocą suwnicy i systemu przenośników dostarczane są do stanowiska kompletacyjnego. Zakup takiego systemu generuje jednak poważne koszty, dlatego wciąż powszechnie stosowana jest kompletacja tradycyjna, odbywająca się zgodnie z zasadą „człowiek do towaru”. Również w takim przypadku możliwe jest znaczne zwiększenie efektywności (rozumianej jako minimalizacja czasu, jaki magazynier przeznaczona na skompletowanie zamówienia) procesu realizacji zamówień. Takim sposobem jest m.in. równoczesna kompletacja kilku zamówień poprzez stworzenie tzw. zleceń łączonych. W ten sposób średni dystans przypadający na jedno zamówienie, a jaki jest pokonywany przez magazyniera, ulega skróceniu, co z kolei skutkuje redukcją czasów kompletacji.

Problem badania wpływu tworzenia zleceń łączonych na średnie czasy kompletacji zamówień wydaje się nie do końca zbadany. Magazynierzy, którzy pobierają w jednym cyklu większą liczbę towarów, mogą przeszkadzać sobie w pracy – zwłaszcza w sytuacji, gdy w magazynie towary składowane są w oparciu o klasyfikację ABC. Umieszczenie towarów szybko rotujących w takich rejonach magazynu, które są łatwo dostępne, jest bowiem kolejnym elementem mogącym spowodować redukcję pokonywanego podczas kompletacji dystansu. Jednym ze sposobów, stosowanych do podziału magazynu na strefy ABC jest polityka *within-aisle*, gdzie klasę A, w której umieszcza się towary najszybciej rotujące, tworzy pewna liczba alejek najbliższych miejsca, w którym magazynier rozpoczyna i kończy swoją pracę. Na kolejne klasy – zawierające towary coraz wolniej rotujące – przeznaczają się alejki coraz bardziej oddalone. W ramach każdej klasy towary rozmieszcza się w sposób losowy, a w bada-

---

<sup>1</sup> Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu, Wydział Zarządzania, Informatyki i Finansów, Katedra Ekonometrii i Badań Operacyjnych, ul. Komandorska 118/120, 53-345 Wrocław, Polska, e-mail: grzegorz.tarczyński@ue.wroc.pl.

niach teoretycznych przyjmuje się dodatkowe założenie o braku korelacji pomiędzy towarami (pojawienie się na zamówieniu określonego towaru nie wpływa na prawdopodobieństwo wystąpienia na tym samym zamówieniu innego towaru). Warunek komplementarności towarów uwzględniany jest zazwyczaj podczas analizy tzw. składowania dedykowanego.

W literaturze procesy magazynowe modelowane są zarówno za pomocą narzędzi symulacyjnych, jak i podejścia analitycznego. Symulacje umożliwiają uwzględnienie większej liczby parametrów, ich wadą jest jednak długi czas obliczeń. Celem artykułu jest stworzenie modelu analitycznego umożliwiającego ustalenie optymalnej liczby łączonych zamówień dla dwóch heurystyk wyznaczania trasy magazyniera, które mają największe znaczenie praktyczne. Ponieważ podczas równoczesnej pracy wielu magazynierów w magazynie mogą powstawać zatory, niezbędne jest uwzględnienie w proponowanym modelu ewentualnych interakcji pomiędzy pracownikami. Zgodnie z wiedzą autora, takie badania przeprowadzane były jak dotąd za pomocą narzędzi symulacyjnych. W tej pracy połączono podejście analityczne z symulacyjnym – symulacje wykorzystano do stworzenia postaci analitycznej funkcji czasu blokowania się magazynierów.

Analizując procesy magazynowe, w badaniach teoretycznych zazwyczaj zakłada się składowanie tego samego towaru wyłącznie w jednym miejscu w magazynie. Problem optymalizacji wyboru lokalizacji, z której należy pobrać towar jest więc pomijany w badaniach. Takie założenie zostało przyjęte również przez autora artykułu. Studia nad tym zagadnieniem przedstawione są m.in. przez Dmytrowa (2013, 2015) oraz Dmytrowa, Doszynia (2015).

Artykuł składa się ze wstępu, pięciu rozdziałów oraz wniosków końcowych. W rozdziale 2 przedstawiono przegląd literatury dotyczącej kompletacji zleceń łączonych oraz problemu blokowania się magazynierów. Lista założeń odnoszących się do opracowanego modelu wraz z przyjętą notacją podana jest w rozdziale 3. W rozdziale 4 – na podstawie wyników eksperymentów symulacyjnych – przedstawiono postać analityczną funkcji czasu blokowania. Kolejny rozdział zawiera model pozwalający na optymalizację procesu tworzenia zleceń łączonych. Przykład empiryczny pokazano w rozdziale 6.

## 2. PRZEGLĄD LITERATURY

Kompletacja zleceń łączonych oprócz oczywistych korzyści, takich jak bardziej efektywne wykorzystanie urządzeń i czasu pracy, generuje też pewne zagrożenia: np. brak możliwości pobrania zbyt dużej liczby towarów w jednym cyklu (Krawczyk, 2011). Innym problemem, który pojawia się podczas kompletacji zleceń łączonych jest ryzyko zwiększonego blokowania się magazynierów (Parikh, Meller, 2008). Problem wzajemnych interakcji zachodzących pomiędzy magazynierami nie został jak dotąd zbadany w wyczerpujący sposób. Zagadnienie to najczęściej analizowane jest za pomocą symulacji, choć powstają również modele analityczne pozwalające na

określenie, w jakich warunkach magazynierzy w najmniejszy oraz największy sposób przeszkadzają sobie w pracy. Dla magazynów z wąskimi alejkami, w których można w precyzyjny i jednoznaczny sposób wyznaczyć niezmienną trasę, po której poruszać się będą magazynierzy, sama kompletacja towarów, jak i blokowanie się magazynierów, mogą być analizowane za pomocą procesu Markowa (Gue i inni, 2006; Hong i inni, 2010; Parikh, Meller, 2010). W pracach tych zakłada się stałą wartość prawdopodobieństwa pobrania towarów dla wszystkich lokalizacji w magazynie i w sposób analityczny badane są dwa przypadki: taki w którym magazynierzy podczas procesu kompletacji zamówień przemieszczają się po alejkach bardzo wolno oraz taki, w którym poruszają się oni nieskończenie szybko – stosunek czasu pobrania towaru z określonej lokalizacji do czasu przejścia obok lokalizacji z towarem (ang. *pick:walk ratio*) wynosi odpowiednio 1:1 i  $\infty$ :1. Inne wartości tej relacji analizowane są z wykorzystaniem symulacji. Dopiero Hong (2014) wykorzystał proces Markowa do stworzenia bardziej ogólnego modelu  $m$ :1 dla dwóch magazynierów. Gue i inni (2006) pokazali, że dla wariantu 1:1 problem blokowania występuje w największym stopniu wtedy, gdy magazynierzy muszą pobrać towary średnio z około co trzeciej lokalizacji. Dla innych wariantów zatory w magazynie pojawiały się najrzadziej, gdy prawdopodobieństwa pobrania towarów były bardzo niskie, albo bardzo wysokie. Parikh, Meller (2010) zbadali wariant, w którym czasy pobrania towarów były losowe. O ile dla wariantu 1:1 i przypadku deterministycznego problem blokowania nasilał się, gdy prawdopodobieństwo pobrania towarów z lokalizacji wynosiło około 35%, to dla przypadku stochastycznego największe zatory pojawiały się, gdy magazynierzy pobierali towary ze wszystkich lokalizacji w magazynie (prawdopodobieństwo równe 100%). Podobne badanie wykorzystujące proces Markowa, ale dla magazynów z szerokimi alejkami przeprowadzili Parikh, Meller (2009).

Zagadnienie kompletacji towarów i blokowania magazynierów modelowane jest również za pomocą systemów kolejkowych. Pan i inni (2012) zbadali magazyny z alejkami o ruchu dwustronnym przy jednoczesnym założeniu, że w alejce może w tym samym czasie przebywać tylko jedna osoba. Zhang i inni (2009) analizowali 4 przypadki, które mogą prowadzić do powstawania zatorów w drukarni. Autorzy zalecają, aby zarówno w sytuacjach, gdy natężenie ruchu jest niewielkie, jak i wtedy, gdy jest bardzo wysokie, poruszać się zawsze po najkrótszych trasach. Poszukiwanie dróg alternatywnych przynosi efekty, gdy intensywność ruchu jest na średnim poziomie.

Chen i inni (2016) dla magazynu wieloblokowego oraz losowych czasów pobrania towarów zaproponowali, aby w celu uniknięcia blokowania modyfikować trasy magazynierów z wykorzystaniem algorytmów mrówkowych na bieżąco – w trakcie realizacji procesu kompletacji.

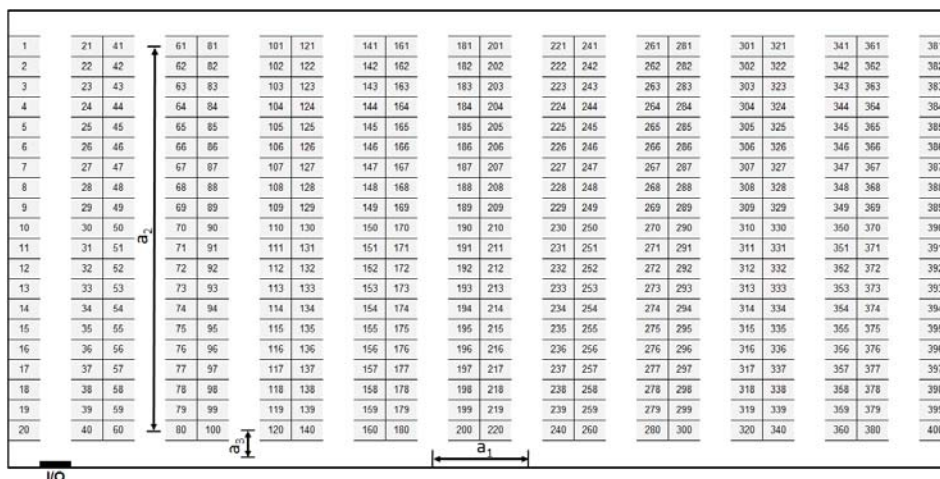
Hong i inni (2012a) przedstawili model oraz zaproponowali heurystykę pozwalającą na łączenie zamówień z rozważaniem możliwości blokowania się magazynierów. Autorzy zaprezentowali metodę ustalania kolejności realizacji zleceń, która minimalizuje czasy kompletacji (z uwzględnieniem problemu zatorów) przy założeniu deterministycznych czasów pobrania towarów. Hong i inni (2012b) problem łączenia

zamówień potraktowali w oryginalny sposób: wyznaczyli wszystkie możliwe trasy przejścia przez prostokątny jednoblokowy magazyn z wąskimi alejkami, a następnie do tych tras przypisywali zamówienia – w ten sposób scalając je ze sobą. Przedstawiony model minimalizuje odległość pokonywaną przez magazynierów, a ewentualne zatory zbadane zostały za pomocą symulacji.

Parikh, Meller (2008) w celu rozwiązania zadania łączenia zamówień poszukali analogii do problemu pakowania (ang. *bin packing problem*). Autorzy zaprezentowali zmodyfikowany dualny problem pakowania: wyznaczenie maksymalnej liczby towarów możliwych do pobrania przez zadaną liczbę magazynierów.

### 3. ZAŁOŻENIA DO MODELU POZWALAJĄCEGO NA ŁĄCZENIE ZAMÓWIEŃ

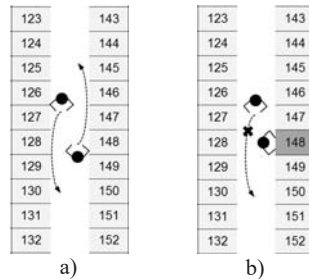
W badaniach analizie poddany będzie najczęściej opisywany w literaturze magazyn prostokątny jednoblokowy (rysunek 1), gdzie punkt I/O w którym magazynierzy rozpoczynają i kończą cykl kompletacyjny znajduje się naprzeciwko wejścia do pierwszej alejki. W magazynie znajdują się dwa główne korytarze, umownie zwane dolnym i górnym. Towary składowane są w bocznych alejkach – w badaniach empirycznych przeanalizowano magazyny z 4 i 10 alejkami. Alejki są na tyle szerokie, że magazynierzy mogą się w nich poruszać w dwie strony i w razie potrzeby mijać – za wyjątkiem sytuacji, kiedy jeden z magazynierów pobiera towar (rysunek 2). Wówczas powstaje zator i magazynier chcący przejść obok musi poczekać, aż inny pracownik skończy pobierać towar (blokowanie w szerokich alejkach przedstawione jest np. w artykule Parikha, Mellera, 2009).



Na rysunku zaznaczono odległości: pomiędzy wejściami do dwóch sąsiadujących alejek ( $a_1$ ), z głównego korytarza do najbliższej lokalizacji w alejce ( $a_2$ ) i od pierwszej do ostatniej lokalizacji w regale ( $a_3$ ).

Rysunek 1. Magazyn prostokątny jednoblokowy z 10 alejkami

Źródło: opracowanie własne.



- a) magazynierzy mogą się mijać (zator nie powstaje),  
 b) jeden magazynier pobiera towar, a drugi chce przejść (powstaje zator)

Rysunek 2. Powstawanie zatorów w magazynach z szerokimi alejkami

Źródło: opracowanie własne na podstawie Parikh, Meller, 2009.

W literaturze opisanych jest 5 heurystyk służących do wyznaczania trasy magazynierów w magazynach prostokątnych jednoblokowych, znany jest też algorytm, oparty na programowaniu dynamicznym, umożliwiający szybkie znalezienie drogi optymalnej (Ratliff, Rosenthal, 1983). Średnie czasy kompletacji dla każdej z wymienionych metod zależą od pokonywanego przez pracowników dystansu, na który wpływa wiele parametrów, takich jak: liczba i długość alejek, lokalizacja punktu I/O, liczba towarów na zamówieniu, sposób rozmieszczenia w magazynie towarów szybko rotujących. Wymienione parametry różnicują dystans, a więc i czasy kompletacji dla różnych sposobów wyznaczania trasy. Inne, jak np. czas inicjalizacji zamówienia, liczba pobieranych towarów tego samego typu i (w przypadku składowania jednopoziomowego) czas pobrania towaru, wpływają na czas kompletacji zamówień, ale zazwyczaj nie zaburzają hierarchii rankingu wyników (choć mogą wpływać na zatory). Czasy kompletacji zamówień dla różnych parametrów mogą być wyznaczane w sposób dokładny z wykorzystaniem symulacji komputerowych i w sposób zazwyczaj przybliżony za pomocą podejścia analitycznego.

W artykule omówione zostaną dwie najpopularniejsze heurystyki: *s-shape* (zwana również *traversal* lub *transversal*) oraz *return*, dla których można w dość dokładny sposób wyznaczać średnie czasy kompletacji zamówień w sposób analityczny (np. Tarczyński, 2015a, 2015b). Metody te są łatwo implementowalne i mają duże znaczenie praktyczne, w odróżnieniu od pozostałych opisanych w literaturze: zarówno heurystyk, jak i algorytmu drogi optymalnej (ze względu na trudności z wdrożeniem wykorzystywane są raczej tylko w badaniach teoretycznych). Trasa wyznaczona za pomocą metody *s-shape* kształtem przypomina literę „S”. Magazynier wchodzi tylko do tych alejek, w których składowane są towary, które znajdują się na aktualnie obsługiwanym zleceniu (liście kompletacyjnej). Po wejściu do alejki pobierane są wszystkie potrzebne towary, po czym pracownik opuszcza alejkę drugim wejściem. Podobne zasady obowiązują dla heurystyki *return*, z tą różnicą, że tutaj w użyciu jest tylko dolny główny korytarz, a więc po pobraniu z alejki wyróżnionych na zleceniu towarów magazynier zawsze musi zawrócić.

W dalszych obliczeniach przyjęto następującą notację:

- $i, j$  – numer alejki,  $i, j = 1 \dots K$ ,
- $K$  – liczba alejek w magazynie,
- $n$  – liczba towarów na zamówieniu,
- $n_i$  – średnia liczba towarów pobieranych przez magazynierów z  $i$ -tej alejki,
- $m$  – liczba magazynierów pracujących równocześnie w magazynie,
- $m_i$  – średnia liczba magazynierów pracujących równocześnie w  $i$ -tej alejce,
- $B_i$  – średni czas blokowania w  $i$ -tej alejce,
- $a_1$  – odległość pomiędzy wejściami do dwóch sąsiadujących alejek,
- $a_2$  – długość bocznych alejek (odległość od pierwszej do ostatniej lokalizacji),
- $a_3$  – odległość od środka głównego korytarza do pierwszego miejsca składowania towaru w alejce,
- $t_{pobr}$  – czas pobrania towaru,
- $t_{ini}$  – suma czasów inicjalizacji i zakończenia zamówienia,
- $t_{bl}$  – czas stracony przez blokowanie podczas kompletacji jednego zamówienia,
- $t_{sort}$  – czas sortowania przypadający na 1 towar,
- $p_i$  – prawdopodobieństwo, że towar z zamówienia znajduje się w  $i$ -tej alejce,
- $\dot{P}_i$  – prawdopodobieństwo wejścia przez magazyniera do  $i$ -tej bocznej alejki

$$\dot{P}_i = 1 - (1 - p_i)^n,$$

- $\ddot{P}_i$  – prawdopodobieństwo dojścia przez magazyniera do wejścia do  $i$ -tej bocznej alejki

$$\ddot{P}_i = 1 - \left( 1 - \sum_{j=i}^K p_j \right)^n,$$

- $d_1$  – średnia odległość pokonywana przez magazyniera w głównych korytarzach,
- $d_2^{heur}$  – średnia odległość pokonywana przez magazyniera (poruszającego się zgodnie z heurystyką *heur*) w bocznych alejkach,
- $t^{heur}$  – średni czas kompletacji zamówienia dla heurystyki *heur*,
- $v$  – prędkość z jaką porusza się magazynier,
- $x$  – liczba łączonych zamówień,
- $f(x)$  – funkcja wyrażająca procentową stratę czasową na pobranie towaru wynikającą z połączenia zamówień.

#### 4. ŚREDNI CZAS BLOKOWANIA

W celu wyznaczenia postaci analitycznej funkcji czasu blokowania podczas procesu kompletacji zamówień wykonano szereg symulacji z wykorzystaniem programu Warehouse Real-Time Simulator (Tarczyński, 2013). Istotnym elementem

oceny jakości modelu symulacyjnego jest jego weryfikacja, czyli „sprawdzenie czy model komputerowy jest wystarczająco trafną reprezentacją modelu konceptualnego” (Schlesinger i inni, 1979, cyt. za Balcerak, 2003). Wyniki uzyskiwane przez program Warehouse Real-Time Simulator zostały zweryfikowane na różnych poziomach szczegółowości. Dla każdego zrealizowanego zamówienia program generuje statystyki dotyczące m.in. numerów odwiedzanych lokalizacji, momentu rozpoczęcia i zakończenia procesu kompletacji, ale i dystansu pokonanego przez magazyniera zarówno w głównych korytarzach, jak i w bocznych alejkach. Wyniki te zostały sprawdzone dla różnych parametrów wejściowych z wynikiem pozytywnym. Kolejnym etapem weryfikacji wyników uzyskanych za pomocą symulacji jest porównanie średnich czasów kompletacji zamówień z modelami analitycznymi – dla heurystyk *return* i *s-shape* różnica uzyskanych wyników nie przekracza 1% dla dowolnych prawdopodobieństw pobierania towarów z poszczególnych lokalizacji magazynowych (autor przygotowuje artykuł na ten temat). O ile łatwo zweryfikować jakość modelu symulacyjnego, gdy w magazynie pracuje jedna osoba, o tyle w przypadku badania interakcji pomiędzy pracownikami nie jest to już takie proste. Sytuacje blokowania się magazynierów można jednak sprawdzić za pomocą analizy wizualnej (program Warehouse Real-Time Simulator przewiduje możliwość śledzenia realizacji procesu kompletacji zamówień za pomocą animacji komputerowej). Istniejące modele analityczne wymagają przyjęcia pewnych założeń, które nie znajdują odzwierciedlenia w proponowanym modelu, nie pozwalają więc na zweryfikowanie uzyskanych wyników. Wyniki te należałoby poddać walidacji, czyli sprawdzeniu w jakim stopniu model jest wiernym odwzorowaniem rzeczywistości (Balcerak, 2003; Sargent, 2013). Zadanie to jest trudne do wykonania, w modelu odzwierciedlono jednak sytuacje blokowania opisane przez Parikha, Mellera (2009). Przedstawienie postaci analitycznej funkcji czasu blokowania magazynierów stanowi jeden z celów artykułu. Jest ona niezbędna do wyznaczenia optymalnej liczby łączonych zleceń, co stanowi główny cel pracy.

Do badań przyjęto wartość współczynnika *pick:walk* na poziomie 30:1. Zbadano jak na średni czas blokowania w jednej alejce wpływa liczba pracowników jednocześnie w niej przebywających oraz liczba towarów pobieranych przez magazynierów. Symulacje zrealizowano dla liczby pracowników równej od 1 do 10 i liczby towarów od 1 do 15. Analizie poddane zostały dwie heurystyki służące do wyznaczania trasy magazyniera: *s-shape* i *return*. Dla każdego eksperymentu wykonano 20000 replikacji. De Koster i inni (1998) pokazali, że przy założeniu, że czasy kompletacji zamówień mają rozkład normalny liczba 10000 replikacji jest zadowalająca. W przeprowadzonych eksperymentach badano rozkłady czasów blokowania i otrzymano maksymalne wartości kurtozy (wszystkie są dodatnie): 1,16 dla heurystyki *return* i 1,83 dla *s-shape* oraz współczynnika skośności (wszystkie rozkłady są prawostronnie asymetryczne): odpowiednio 0,13 i 0,19. Przy założeniu normalności rozkładów, dla 99% poziomu ufności i maksymalnego błędu szacunku równego 1 sekundzie – otrzymano minimalne liczby replikacji. Dla metody *s-shape* wartość ta nie przekraczała 15031, a dla

*return* 18053. Liczba replikacji na poziomie 20000 jest więc wystarczająca do uzyskania dokładnych wyników we wszystkich eksperymentach. Założenia dotyczące symulacji przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1.

Założenia dotyczące symulacji komputerowej

<b>Zmienna wynikowa</b>	
Czas blokowania magazyniera	
<b>Parametry</b>	<b>Dziedzina</b>
Liczba symulowanych alejek	1
Współczynnik <i>pick:walk</i>	30:1
Liczba pracowników	1–10
Liczba towarów pobieranych w jednej alejce	1–15
Heurystyka wyznaczania trasy	<i>s-shape, return</i>
<b>Liczba eksperymentów</b>	10 x 15 x 2 = 300
<b>Parametry wpływające na jakość uzyskanych wyników</b>	<b>Zadana wartość</b>
Poziom ufności	99%
Maksymalny błąd szacunku	1 sekunda
Liczba replikacji dla każdego eksperymentu	20000

Źródło: opracowanie własne.

Z przeprowadzonych badań wynika, że średni czas blokowania magazyniera w alejce zależy liniowo od liczby przebywających w niej pracowników i nieliniowo od liczby pobieranych towarów. Po wizualnej analizie wykresów, do wyznaczania czasu blokowania w alejce zaproponowano postać analityczną funkcji:

$$B_i(m_i, n_i) = \alpha(m_i - 1)\tanh(\beta n_i + \gamma), \quad (1)$$

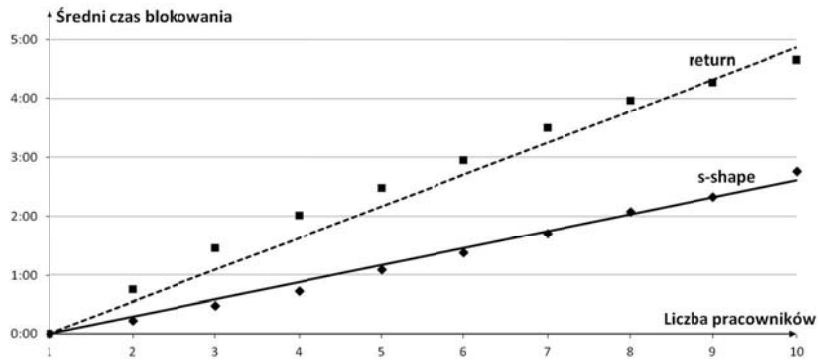
gdzie:  $\alpha, \beta, \gamma$  – parametry podlegające estymacji.

Z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów oszacowano wartości parametrów dla różnych metod wyznaczania trasy:

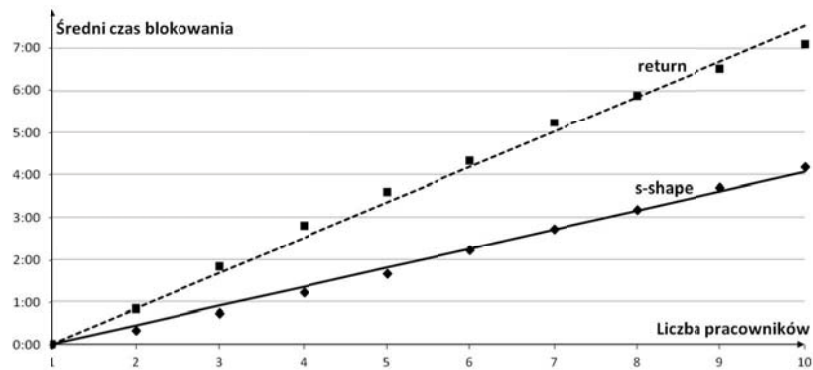
- *s-shape*:  $\alpha = 0,92, \beta = 0,09, \gamma = 0,11, R^2 = 0,993,$
- *return*:  $\alpha = 1,5, \beta = 0,12, \gamma = 0,07, R^2 = 0,995.$

Przykładowe wykresy ilustrujące zależność średniego czasu blokowania od liczby pracowników oraz liczby pobieranych towarów przedstawione są na rysunkach 3–6. Punkty przedstawiają wartości uzyskane za pomocą symulacji, natomiast krzywe uzyskano w wyniku zastosowania wzoru (1).

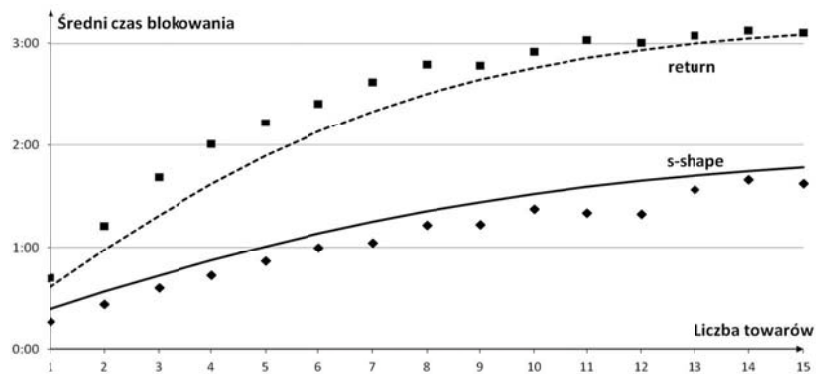




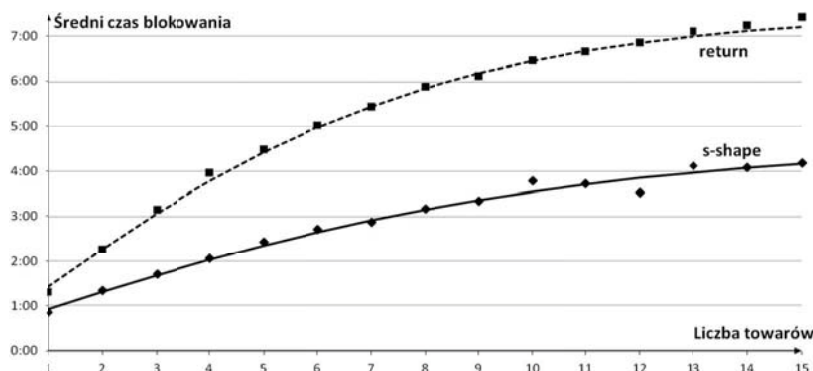
Rysunek 3. Zależność czasu blokowania od liczby pracowników dla 4 towarów pobieranych w alejce  
Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 4. Zależność czasu blokowania od liczby pracowników dla 8 towarów pobieranych w alejce  
Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 5. Zależność czasu blokowania od liczby towarów dla 4 pracowników przebywających w alejce  
Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 6. Zależność czasu blokowania od liczby towarów dla 8 pracowników przebywających w alejce

Źródło: opracowanie własne.

#### 5. MODEL ŁĄCZĄCY ZAMÓWIENIA MINIMALIZUJĄCY ŚREDNI CZAS KOMPLETACJI ZAMÓWIEŃ

Na odległość pokonywaną przez magazynierów podczas kompletacji wyrobów składa się dystans przemierzany w głównych korytarzach i bocznych alejkach. Odległość, którą pracownicy muszą przebyć w głównych korytarzach nie zależy od przyjętej heurystyki wyznaczania trasy i w przypadku całkowicie losowego rozmieszczenia towarów w alejkach może być wyliczona zgodnie ze wzorem podanym np. w pracy Tarczyńskiego (2015a). Propozycja ta wymaga drobnych korekt, uwzględniających możliwość rozmieszczenia w magazynie towarów szybko rotujących również w sposób losowy, ale w osobnych alejkach (zgodnie z klasyfikacją ABC dla towarów z każdej klasy wyróżnione są całe alejki).

Wzór można wyprowadzić korzystając z własności rozkładu dwumianowego. Zamówienia generowane są w sposób losowy. Popyt na poszczególne towary jest zróżnicowany, w praktyce zazwyczaj towary uszeregowane malejąco względem popytu spełniają regułę Pareto (za 80% skutków odpowiada 20% przyczyn) i popyt na nie może być modelowany np. za pomocą rozkładu Pareto. Niech wartości  $p_j$  oznaczają skumulowane wartości prawdopodobieństwa dla wszystkich towarów przechowywanych w  $j$ -tej alejce. Wyrażenie  $1 - \sum_{j=i}^K p_j$  stanowi prawdopodobieństwo, że towar z zamówienia znajduje się w alejkach oznaczonych numerami mniejszymi od  $i$ . Na zamówieniu znajduje się  $n$  towarów (zakładamy, że z każdej alejki znajduje się tak dużo towarów, że do tworzenia zamówień można wykorzystać metodę losowania z powtórzeniami). Prawdopodobieństwo, że wszystkie towary z zamówienia znajdują się w alejkach o numerach mniejszych od  $i$  wynosi  $(1 - \sum_{j=i}^K p_j)^n$ . Magazynier dojdzie do  $i$ -tej alejki tylko wtedy, gdy będzie miał do pobrania chociaż jeden towar z alejek o numerach co najmniej  $i$ , a więc wszystkie towary nie mogą znajdować się w alejkach o numerach mniejszych od  $i$ : stąd prawdopodobieństwo dojścia do  $i$ -tej alejki wynosi

$1 - (1 - \sum_{j=i}^K p_j)^n$ . Sumując prawdopodobieństwa dojścia do wszystkich alejek i mnożąc wynik przez odległość pomiędzy wejściami do dwóch sąsiadujących alejek otrzymujemy wartość oczekiwaną odległości pokonywanej przez magazyniera w głównych korytarzach (wynik należy jeszcze przemnożyć przez 2, ponieważ dystans w głównych korytarzach pokonywany jest dwukrotnie, a od sumy prawdopodobieństw odjąć 1, bo prawdopodobieństwo znalezienia się magazyniera w pierwszej alejce wynosi 1, a przyjmuje się, że odległość z punktu I/O, gdzie magazynier zaczyna i kończy pracę do wejścia do pierwszej alejki jest nieistotna). Średnia odległość pokonywana w głównych korytarzach wynosi więc:

$$d_1 = 2 \left( \sum_{i=1}^K \dot{P}_i - 1 \right) a_1 = 2 \left( \sum_{i=1}^K \left( 1 - \left( 1 - \sum_{j=i}^K p_j \right)^n \right) - 1 \right) a_1. \quad (2)$$

W przypadku bocznych alejek, dla heurystyki *s-shape* w celu obliczenia przybliżonej wartości przebytego dystansu należy wyznaczyć wartość oczekiwaną liczby alejek, do których wejdzie magazynier ( $\sum_{i=1}^K \dot{P}_i$ ) i przemnożyć ją przez długość alejek. Dla metody *return* trzeba wyznaczyć wartość oczekiwaną liczby towarów pobieranych w *i*-tej alejce pod warunkiem, że magazynier wejdzie do tej alejki:  $\left(\frac{np_i}{\dot{P}_i}\right)$  i do wyznaczenia średniej pozycji najbardziej odległego towaru, który należy pobrać w tej alejce skorzystać ze znanego wzoru na wartość oczekiwaną maksimum podczas losowania *n* liczb z rozkładu jednostajnego (0,1):  $E(\max\{x_1, x_2, \dots, x_r\}) = \frac{r}{r+1}$ . Modyfikując wzory podane przez Tarczyńskiego (2015a, 2015b) na potrzeby klasyfikacji ABC otrzymujemy:

$$d_2^{s\text{-shape}} = (a_2 + 2a_3) \sum_{i=1}^K \dot{P}_i, \quad (3)$$

$$d_2^{\text{return}} = 2a_2 \sum_{i=1}^K \dot{P}_i \left( \frac{\frac{np_i}{\dot{P}_i}}{\frac{np_i}{\dot{P}_i} + 1} \right) + 2a_3 \sum_{i=1}^K \dot{P}_i. \quad (4)$$

Model pozwalający na poszukiwanie optymalnej liczby zamówień *x* podlegających łączeniu, przy którym średni czas kompletacji będzie minimalny przybiera postać:

$$\frac{1}{x} t^{\text{heur}}(xn) \rightarrow \min,$$

gdzie:  $x \geq 1$ .

Średni czas kompletacji zamówień zależy od przyjętej polityki kompletacji zleceń łączonych. Stosując metodę *sort-while-pick* magazynierzy przemieszczają się po magazynie z kilkoma pojemnikami, w których umieszczają towary z poszczególnych zamówień. Przy metodzie *pick-then-sort* wszystkie towary wstępnie pobierane są do jednego pojemnika, a dopiero później są sortowane.

Dla polityki *pick-then-sort*:

$$t^{heur}(n) = \frac{d_1 + d_2^{heur}}{v} + nt_{pobr} + t_{ini} + t_{bl}(n) + nt_{sort}. \quad (5)$$

Dla polityki *sort-while-pick*:

$$t^{heur}(n) = \frac{d_1 + d_2^{heur}}{v} + n(1 + f(x))t_{pobr} + t_{ini} + t_{bl}(n). \quad (6)$$

We wzorze (5) w metodzie *pick-then-sort* do czasu kompletacji zamówień dodano czas sortowania wyrobów. W praktyce sortowanie wykonywane jest zazwyczaj w przez innych pracowników lub system automatycznego sortowania. Wartość  $t_{sort}$  jest więc równa zero. Składnik ten dodano do wzoru, aby podkreślić konieczność przeprowadzenia czynności sortowania zamówień, co wpływa na koszty przeprowadzenia procesu kompletacji, a może też implikować potrzebę wydzielenia pracowników do sortowni (co przy założeniu stałej liczby zatrudnionych magazynierów spowoduje, że mniej osób będzie pobierać towary z lokalizacji).

Średni czas blokowania przypadający na kompletację jednego zlecenia, na którym znajduje się  $n$  lokalizacji z towarami można wyznaczyć korzystając z rozkładu dwumianowego. Magazynierzy większość czasu spędzają w alejkach, z których pobierają towary. Dla uproszczenia obliczeń przyjęto założenie, że prawdopodobieństwo znalezienia się magazyniera w określonej alejce jest proporcjonalne do przeciętnej liczby towarów pobieranych z tej alejki. Zakłada się również, że rozkład prawdopodobieństwa wejścia do alejek jest dla każdego pracownika taki sam (wszyscy realizują też zlecenia z taką samą liczbą pozycji). Wówczas wzór na średni czas blokowania podczas kompletacji towarów z jednego zlecenia przyjmie postać:

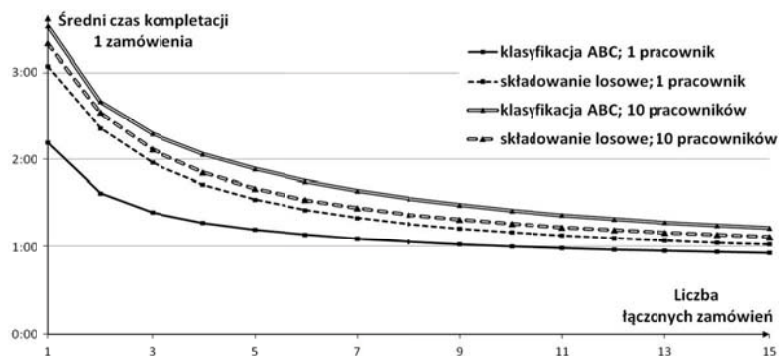
$$t_{bl}(n) = \sum_{i=1}^K p_i \sum_{j=0}^{m-1} \left( \binom{m-1}{j} p_i^j (1-p_i)^{m-j-1} B_i(j, p_i n) \right). \quad (7)$$

## 6. PRZYKŁAD EMPIRYCZNY

W badaniach empirycznych sprawdzono jaki wpływ na średnie czasy kompletacji zamówień mają: rozmieszczenie towarów szybko rotujących w alejkach najbliższych punktowi I/O (zgodnie z polityką składowania towarów *within-aisle*, towary w oparciu

o współczynniki rotacji dzieli się na bazie reguły Pareto zazwyczaj na 3 klasy i dla towarów najszybciej rotujących przeznaczają się alejki położone najbliższe punktu I/O), wielkość zleceń kompletacyjnych oraz liczba pracujących równocześnie magazynierów. Analizie poddano zamówienia typowe dla firmy internetowej – składające się zazwyczaj z niewielkiej liczby pozycji. Przyjęto, że liczba towarów na jednym zamówieniu jest stała i wynosi 3. Zamówienia przed rozpoczęciem procesu kompletacji łączone były w zlecenia – na jedno zlecenie składało się od 1 do 15 zamówień. W magazynie równocześnie mogło kompletować zamówienia od 1 do 10 osób. Zbadano dwa magazyny: z 4 alejkami i z 10 alejkami, w których trasa kompletacyjna wyznaczana jest wg heurystyki *s-shape* lub *return*.

Średni czas kompletacji zamówień dla magazynów z 4 alejkami przedstawiony jest na rysunkach 7 i 9. W przypadku, gdy zlecenia składają się pojedynczych zamówień zastosowanie składowania opartego na klasyfikacji ABC powoduje oszczędności czasowe od 28,7% do 29,5% w porównaniu ze składowaniem całkowicie losowym. Zwiększając liczbę zamówień kompletowanych w jednym cyklu, korzyści z zastosowania klasyfikacji ABC maleją. W pewnym momencie zbyt nagromadzenie towarów szybko rotujących na niewielkiej części powierzchni magazynowej zaczyna skutkować tak dużymi zatorami, że taka koncepcja składowania towarów przynosi pogorszenie wyników. Dla heurystyki *s-shape* dzieje się tak od 9 połączonych zamówień, zaś granicą dla heurystyki *return* jest liczba 6 zamówień. Przy zleceniach kompletacyjnych złożonych z 10 zamówień składowanie towarów zgodne z klasyfikacją ABC przynosi pogorszenie wyników o blisko 6% dla heurystyki *s-shape* i 22% dla metody *return* w porównaniu z wariantami, w których zastosowano składowanie całkowicie losowe.

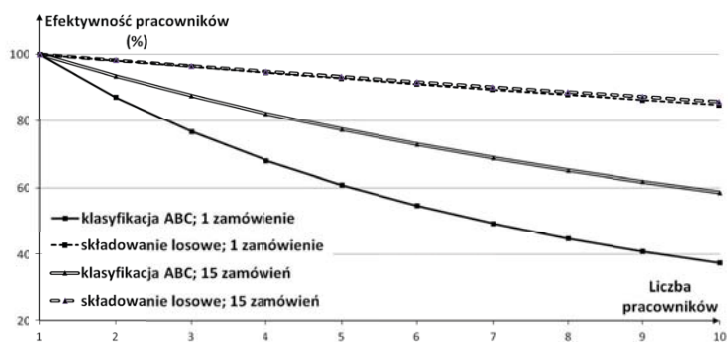


Rysunek 7. Średni czas kompletacji zamówień dla różnej liczby łączonych zamówień i magazynu z 4 alejkami oraz heurystyki *s-shape*

Źródło: opracowanie własne.

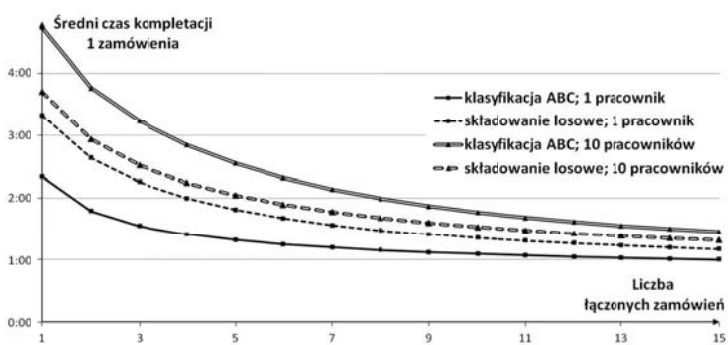
Na rysunkach 8 i 10 przedstawiono spadek efektywności kolejnych zatrudnianych w danych warunkach pracowników. Przy losowym składowaniu towarów spadek wydajności pracy jest stosunkowo niewielki: wynosi on dla dziesiątego pracownika około 15% dla heurystyki *s-shape* i 20% dla heurystyki *return* w porównaniu do

wydajności pierwszego magazyniera. W przypadku składowania towarów zgodnego z klasyfikacją ABC degeneracja jest dużo silniejsza – dla dziesiątej osoby wynosi ona 41%–63% dla heurystyki *s-shape* i 54%–79% dla heurystyki *return*.



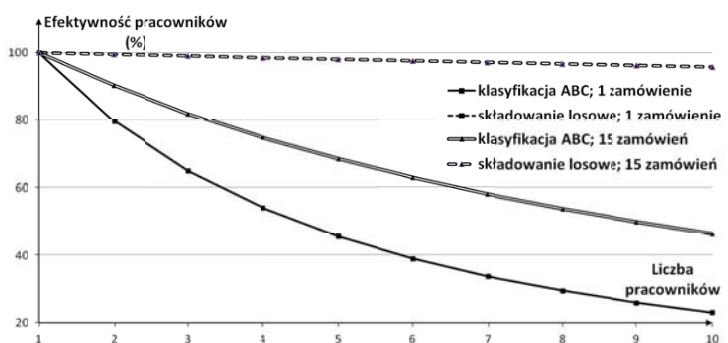
Rysunek 8. Efektywność pracy kolejnych pracowników w magazynie z 4 alejkami dla heurystyki *s-shape*

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 9. Średni czas kompletacji zamówień dla różnej liczby łączonych zamówień i magazynu z 4 alejkami oraz heurystyki *return*

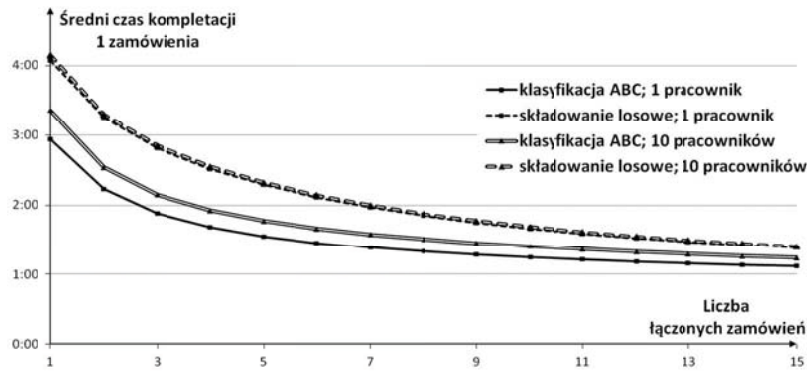
Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 10. Efektywność pracy kolejnych pracowników w magazynie z 4 alejkami dla heurystyki *return*

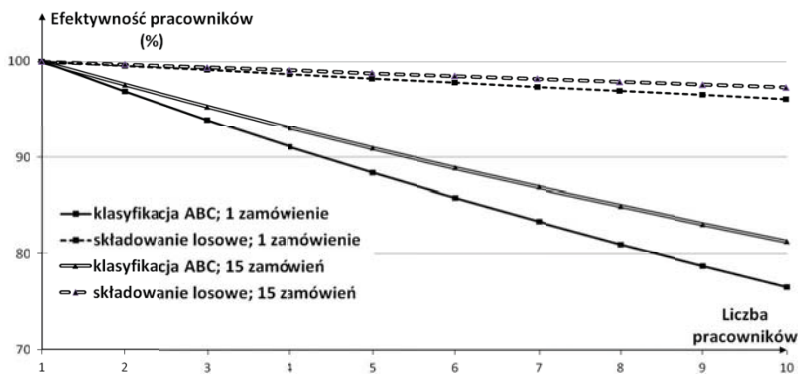
Źródło: opracowanie własne.

W przypadku magazynów z 10 alejkami, zarówno dla heurystyki *s-shape*, jak i *return*, składowanie towarów zgodne z klasyfikacją ABC zawsze skutkuje redukcją czasu kompletacji zamówień – niezależnie od liczby łączonych zamówień (rysunki 11, 13). Dla metody *s-shape* korzyść wynosi od 11,9% do 33,1%, natomiast dla *return* od 11,0% do 29,7%. Wydajność pracy kolejnych zatrudnionych osób w przypadku składowania losowego spada bardzo nieznacznie – dziesiąty pracownik pracuje mniej efektywnie od pierwszego o około 3% (*s-shape*) i 4% (*return*). W przypadku składowania towarów szybko rotujących w osobnych alejkach regresja wynosi 19%–24% dla heurystyki *s-shape* i 26%–34% dla heurystyki *return*.



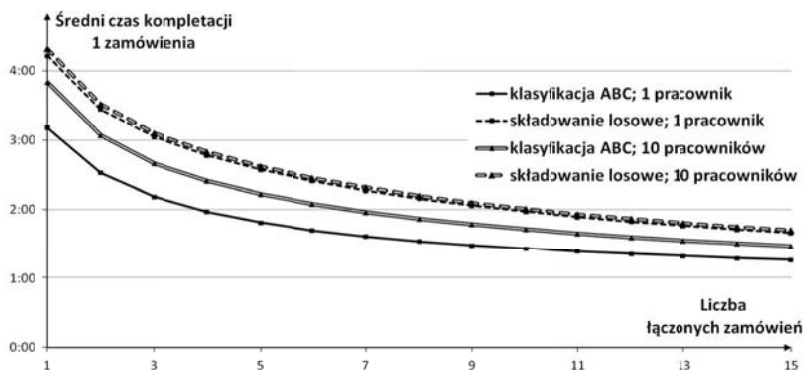
Rysunek 11. Średni czas kompletacji zamówień dla różnej liczby łączonych zamówień i magazynu z 10 alejkami oraz heurystyki *s-shape*

Źródło: opracowanie własne.



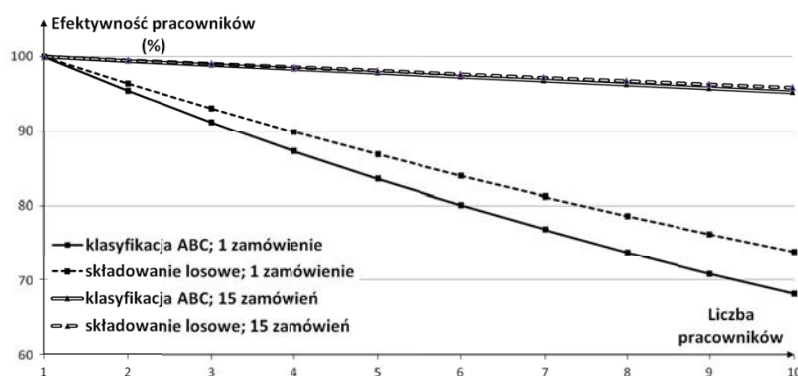
Rysunek 12. Efektywność pracy kolejnych pracowników w magazynie z 10 alejkami dla heurystyki *s-shape*

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 13. Średni czas kompletacji zamówień dla różnej liczby łączonych zamówień i magazynu z 10 alejkami oraz heurystyki *return*

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 14. Efektywność pracy kolejnych pracowników w magazynie z 10 alejkami dla heurystyki *return*

Źródło: opracowanie własne.

## 7. WNIOSKI

Kompletacja zleceń łączonych powoduje zwiększone ryzyko powstawania w magazynie zatorów. Dla określonej metody wyznaczania trasy i współczynnika *pick:walk* możliwe jest zbudowanie modelu analitycznego wyrażającego czas blokowania magazyniera jako funkcję liczby towarów pobieranych w alejce i liczby przebywających w niej pracowników.

Z wielu badań analizujących wpływ różnych parametrów na czas kompletacji, ale pomijających problem zatorów wynika, że podstawowym sposobem na redukcję czasu kompletacji jest podział towarów ze względu na współczynnik rotacji na klasy ABC i składowanie towarów z każdej klasy w specjalnie wyznaczonych rejonach. W artykule pokazano jednak, że w przypadku kompletacji zleceń łączonych i magazynów o nie-



wielkiej liczbie alejek takie rozwiązanie może nie tylko nie być skuteczne, ale wręcz implikować wydłużeniem czasów kompletacji. Dzieje się tak, ponieważ skoncentrowanie towarów szybko rotujących na małej powierzchni grozi zwiększonym ryzykiem powstawania tam zatorów, które zaburzają płynność procesu. Wydajność strefy kompletacji można podnosić poprzez zwiększanie liczby pracujących w niej magazynierów. Należy jednak pamiętać, że efektywność pracy każdego kolejnego zatrudnionego pracownika spada. Zjawisko to jest szczególnie widoczne w magazynach, w których stosuje się składowanie towarów szybko rotujących w oparciu o politykę *within-aisle*.

Jak dotąd w literaturze brakowało modeli analitycznych optymalizujących liczbę łączonych zamówień, które jednocześnie uwzględniałyby problem blokowania się magazynierów. Badania dotyczące problemu zatorów koncentrowały się na magazynach z wąskimi alejkami z ruchem jednokierunkowym. Przedstawiony w artykule model pozwala na ustalenie liczby łączonych zleceń w magazynach o szerokich alejkach dla dwóch najczęściej stosowanych w praktyce heurystyk wyznaczania trasy magazyniera: *s-shape* i *return*. W modelu uwzględniono dwa typy kompletacji zleceń łączonych: „pobierz i sortuj” oraz „sortuj podczas pobierania”. Dalsze badania powinny dotyczyć wyznaczania liczby, wielkości i kształtów stref, w których składowane są towary o różnych współczynnikach rotacji.

#### LITERATURA

- Balcerak A., (2003), Walidacja modeli symulacyjnych – źródła postaw badawczych, *Prace Naukowe Instytutu Organizacji i Zarządzania Politechniki Wrocławskiej*, 74 (15), 27–44.
- Chen F., Wang H., Xie Y., Qi C., (2016), An ACO-Based Online Routing Method for Multiple Order Pickers with Congestion Consideration in Warehouse, *Journal of Intelligent Manufacturing*, 27 (2), 389–408.
- De Koster R., Van der Poort E., Roodbergen K. J., (1998), When to Apply Optimal or Heuristic Routing of Orderpickers, *Advances in Distribution Logistics*, Springer Berlin Heidelberg, 375–401.
- Dmytrów K., (2013), Procedura kompletacji zakładająca oczyszczenie lokalizacji, *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania, tom 2 Metody Ilościowe w Ekonomii*, 31, Szczecin, 22–36.
- Dmytrów K., (2015), Taksonomiczne wspomaganie wyboru lokalizacji w procesie kompletacji produktów, *Studia Ekonomiczne*, 248, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Katowice, 17–30.
- Dmytrów K., Doszyń M., (2015), Taksonomiczna procedura wspomaganie kompletacji produktów w magazynie, *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Taksonomia, 25 Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania*, Wrocław, 72–80.
- Gue K. R., Meller R. D., Skufca J. D., (2006), The Effects of Pick Density on Order Picking Areas with Narrow Aisles, *IIE Transactions*, 38 (10), 859–868.
- Hong S., (2014), Two-worker Blocking Congestion Model with Walk Speed  $m$  in a No-passing Circular Passage System, *European Journal of Operational Research*, 235 (3), 687–696.
- Hong S., Johnson A. L., Peters B. A., (2010), Analysis of Picker Blocking in Narrow-Aisle Batch Picking, w: Ellis K., Gue K., Koster R., Meller R., Montreuil B., Oglep M., (red.), *Proceedings of 2010 International Material Handling Research Colloquium (IMHRC)*, The Material Handling Institute, Charlotte, NC, USA.
- Hong S., Johnson A. L., Peters B. A., (2012a), Batch Picking in Narrow-aisle Order Picking Systems with Consideration for Picker Blocking, *European Journal of Operational Research*, 221 (3), 557–570.

- Hong S., Johnson A. L., Peters B. A., (2012b), Large-scale Order Batching in Parallel-aisle Picking Systems, *IIE Transactions*, 44 (2), 88–106.
- Krawczyk S., (red.), (2011), *Logistyka. Teoria i praktyka*, Wydawnictwo Difin, Warszawa.
- Pan J. C. H., Shih P. H., Wu M. H., (2012), Storage Assignment Problem with Travel Distance and Blocking Considerations for a Picker-to-part Order Picking System, *Computers & Industrial Engineering*, 62 (2), 527–535.
- Parikh P. J., Meller R. D., (2008), Selecting Between Batch and Zone Order Picking Strategies in a Distribution Center, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 44 (5), 696–719.
- Parikh P. J., Meller R. D., (2009), Estimating Picker Blocking in Wide-aisle Order Picking Systems, *IIE Transactions*, 41 (3), 232–246.
- Parikh P. J., Meller R. D., (2010), A Note on Worker Blocking in Narrow-aisle Order Picking Systems when Pick Time is Non-Deterministic, *IIE Transactions*, 42 (6), 392–404.
- Ratliff H. D., Rosenthal A. S., (1987), Order-picking in a Rectangular Warehouse: A Solvable Case of the Traveling Salesman Problem, *Operation Research*, 31 (3), 515–533.
- Sargent R. G., (2013), Verification and Validation of Simulation Models, *Journal of Simulation*, 7 (1), 12–24.
- Schlesinger S., Crosbie R. E., Gagné R. E., Innis G. S., Lalwani C. S., Loch J., Bartos D., (1979), Terminology for Model Credibility, *Simulation*, 32 (3), 103–104.
- Tarczyński G., (2013), Warehouse Real-Time Simulator – How to Optimize Order Picking Time, Working Paper, Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=2354827>.
- Tarczyński G., (2015a), Estimating Order-picking Times for Return Heuristic – Equations and Simulations, *LogForum* 11.
- Tarczyński G., (2015b), Średnie czasy kompletacji zamówień dla heurystyki s-shape – wzory i symulacje, *Studia Ekonomiczne 237/15. Informatyka i Ekonometria 2*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Katowice 2015, 104–116.
- Zhang M., Batta R., Nagi R., (2009), Modeling of Workflow Congestion and Optimization of Flow Routing in a Manufacturing/Warehouse Facility, *Management Science*, 55 (2), 267–280.

#### MODEL DLA ZADANIA KOMPLETACJI ZLECEŃ ŁĄCZONYCH UWZGLĘDNIAJĄCY PROBLEM BLOKOWANIA SIĘ MAGAZYNIERÓW

##### Streszczenie

W artykule zaprezentowano model pozwalający na ustalenie optymalnej liczby łączonych zamówień pozwalającej na skrócenie średniego czasu kompletacji. Omówione zostały dwa sposoby kompletacji zleceń łączonych: „pobierz i sortuj” oraz „sortuj podczas pobierania”. Analizie poddano magazyny jednoblokowe prostokątne, gdzie towary składowano w sposób całkowicie losowy oraz losowo w oparciu o klasyfikację ABC. Zbadane zostały dwie heurystyki wyznaczania trasy magazyniera: *s-shape* i *return*, dla których można wyznaczyć wzory na średnie czasy kompletacji korzystając z własności rozkładów prawdopodobieństwa: dwumianowego i jednostajnego. W badaniach uwzględniono problem występowania zatorów w magazynie i na podstawie rezultatów symulacji zaproponowano postać analityczną funkcji czasu blokowania. Z przeprowadzonej analizy wynika, że korzyści czasowe z każdego kolejnego dołączonego do listy kompletacyjnej zamówienia są coraz mniejsze. Wykorzystywanie klasyfikacji ABC do składowania towarów szybko rotujących może w magazynach o niewielkiej liczbie alejek i przy dużych zleceniach kompletacyjnych spowodować wydłużenie czasu kompletacji.

**Słowa kluczowe:** kompletacja towarów, kompletacja zleceń łączonych, optymalizacja, zatory, blokowanie

MODEL FOR ORDER-BATCHING WITH CONGESTION CONSIDERATION

A b s t r a c t

The paper presents the model for optimal number of merged orders that will reduce the average order-picking time. Two order batching policies were described: pick-then-sort and sort-while-pick. One-block rectangular warehouses were considered. The author studied two routing heuristics: s-shape and return for which the equations for average order-picking time can be designated based on probability distributions: binomial distribution and uniform distribution. The research takes into account the possible congestion problem. Based on simulations the analytical form of blocking time for pickers was proposed. The study shows that the advantages of each additional merged order is getting smaller. Using ABC classification for storage location assignment in warehouses with low number of aisles and large pick lists can extend the average order-picking time.

**Keywords:** order-picking, order-batching, optimization, congestion, blocking

