PRZEGLĄD STATYSTYCZNY
R. LXIII – ZESZYT 1 – 2016

MACIEJ MALACZEWSKI[1]

KAPITAŁ FIZYCZNY, PRODUKCJA ENERGII A CZAS WYCZERPANIA SIĘ ZASOBÓW NATURALNYCH[2]

1. WSTĘP

Zasoby naturalne stanowią jeden z najważniejszych czynników wzrostu gospodarczego (Stern, Cleveland, 2004; Lee i inni, 2008; Constantini, Martini, 2010; Stern, 2011). Ich rola w procesach produkcyjnych jest podwójna – z jednej strony stanowią substrat w produkcji rozmaitych dóbr przemysłowych, z drugiej – źródło energii. O ile w pierwszym przypadku możliwy jest częściowy recykling lub częściowa substytucja z innymi, odnawialnymi i dostępnymi w dużo większym stopniu materiałami, o tyle wciąż nie ma dobrej alternatywy dla ropy naftowej, gazu ziemnego i węgla w produkcji energii i zasilaniu silników maszyn ciężkich. Około 81,7% energii produkowanej dziś na świecie pochodzi z nieodnawialnych zasobów naturalnych[3], a angażowany w procesie produkcji kapitał fizyczny wykorzystuje głównie paliwo pochodzące najczęściej z ropy naftowej lub gazu ziemnego, które występują na kuli ziemskiej w relatywnie dużej, ale jednak skończonej ilości.

W literaturze wzrostu gospodarczego problematyka nieodnawialnych zasobów naturalnych jest dość często omawiana. Dominujące podejście polega na ujęciu zasobów naturalnych jako czynnika produkcji w funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa substytucyjnego z innymi czynnikami produkcji – kapitałem fizycznym, ludzkim, pracą (np. Dasgupta, Heal, 1974; Solow, 1974; Stiglitz, 1974; Scholz, Ziemes, 1999; Groth, Shou, 2002, 2007; Grimaud, Rougé, 2008, 2014; da Silva, 2008; Pittel, Bretschger, 2010; Neustroev, 2013; Malaczewski, 2014 i wiele innych). Substytucyjność ta uzasadniana jest głównie postępem technicznym (Stiglitz, 1974) oraz możliwością zmniejszenia strumienia wykorzystywanych zasobów naturalnych w przypadku wykorzystania lepszej generacji kapitału fizycznego (Solow, 1974). Interesującą ale trudną do zaakceptowania konsekwencją takiego podejścia jest wniosek, iż zasoby naturalne nieod-

[1] Uniwersytet Łódzki, Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny, Katedra Ekonometrii, ul. Rewolucji 1905 r. nr 41/43, 90-214 Łódź, Polska, e-mail: mmalaczewski@uni.lodz.pl.

[2] Autor chciałby w tym miejscu podziękować kolegom i koleżankom z Katedry Ekonometrii, uczestnikom dorocznej konferencji ekonomii matematycznej w Poznaniu oraz dwóm anonimowym recenzentom za liczne wartościowe uwagi służące poprawie jakości niniejszego artykułu. Jednocześnie w całości bierze na siebie winę za wszystkie błędy i niedociągnięcia.

[3] Źródło danych: International Energy Agency.

nawialne nigdy nie wyczerpią się, ich złoża będą jedynie wykładniczo kurczyć się, osiągając zero w nieskończoności. Z rzadka pojawiają się podejścia inne, rozważające zasoby naturalne jako czynnik niedoskonale substytucyjny lub komplementarny brutto (np. Constanza, Daly, 1992; Smulders, de Nooij, 2003; Growiec, Schumacher, 2008; Bretschger, 2013; Stuermer, Schwerhoff, 2013). Tymczasem, przez wzgląd na rzeczywistą rolę zasobów naturalnych w procesie produkcyjnym wydaje się, że prawidłowym sposobem modelowania jest ujęcie zasobów naturalnych jako komplementarnych względem kapitału fizycznego. W literaturze takie ujęcie jest dość rzadko spotykane, nielicznymi wyjątkami są prace Georgescu-Roegen (1979), Constanza, Daly (1992), Daly (1997, 1999), van Zon, Yetkiner (2003), Amigues i inni (2004). W przypadku, gdy zasoby naturalne stanowią czynnik produkcji komplementarny względem kapitału fizycznego, można oczekiwać ich całkowitego wyczerpania w skończonym czasie. Wówczas, w dłuższej perspektywie, jedynym dostępnym w procesie produkcji kapitałem fizycznym pozostanie ten, który nie będzie wymagał zasilania energią wytwarzaną z zasobów naturalnych. Powstaje naturalne pytanie o politykę ekonomiczną, jaka powinna być zrealizowana w takiej sytuacji.

Celem niniejszej pracy jest analiza teoretyczna długookresowego wzrostu gospodarczego w świetle problematyki wyczerpujących się zasobów naturalnych. W proponowanym modelu zakładamy, inaczej niż w klasycznej literaturze, że zasoby naturalne są komplementarne względem tej części kapitału fizycznego, którego uruchomienie jako czynnika produkcji wymaga określonych nakładów energii wytwarzanej z nieodnawialnych surowców naturalnych. W modelowanej gospodarce występuje także drugi rodzaj kapitału fizycznego niewymagający energii pochodzącej z zasobów naturalnych. Prześledzimy optymalne reguły funkcjonowania takiej gospodarki w stanie stacjonarnym, wyznaczymy krytyczny moment całkowitego wyczerpania zasobów naturalnych oraz omówimy pewne rekomendacje dla polityki gospodarczej zorientowane na oddalenie tego momentu w czasie.

Struktura pracy jest następująca. W punkcie 2 zaprezentujemy model wzrostu gospodarczego. W punkcie 3 wyznaczymy stan stacjonarny oraz prześledzimy jego niektóre własności. W punkcie 4 zajmiemy się stanem stacjonarnym, w którym gospodarka zapewnia maksymalny poziom konsumpcji *per capita*. Całość kończy podsumowanie.

2. MODEL

W konstrukcji proponowanego modelu stosujemy klasyczne podejście, w duchu prac Solowa (1956) oraz Mankiwa i inni (1992)[4]. Rozważamy gospodarkę zamkniętą, bez widocznego udziału państwa. W gospodarce występują dwa sektory – sektor pro-

[4] Podobne podejście do modelowania zużycia zasobów naturalnych w świetle modeli wzrostu gospodarczego jak w niniejszym artykule można znaleźć w pracach Dalgaard, Strulik (2007) i da Silva (2008).

dukcji dóbr i usług oraz sektor produkcji energii zasilającej pewną część kapitału fizycznego. Gospodarka jest zaludniona przez L jednostek, stanowiących jednocześnie zasób pracy[5], którego wielkość rośnie w czasie ze stałą stopą n:

$$\dot{L} = nL \Rightarrow L = L^0 e^{nt}, \tag{1}$$

gdzie L^0 stanowi startową wielkość zasobów sił pracy w gospodarce. Dla uproszczenia obliczeń zakładamy, że $L^0 = 1$.

W gospodarce mamy dwa substytucyjne rodzaje kapitału fizycznego. Pierwszy z nich, K_1, tworzą te wszystkie postaci kapitału fizycznego, które nie wymagają w procesie produkcji zużycia energii wytwarzanej z zasobów naturalnych. W jego skład wchodzą zatem np. narzędzia ręczne, urządzenia napędzane siłą mięśni, budynki, biurka itp., ale także wszelkie maszyny napędzane w inny sposób, niż silnikami spalinowymi. Drugi rodzaj kapitału, K_2, wymaga do efektywnego wykorzystania w procesie produkcji energii wytwarzanej z zasobów naturalnych. Są to m.in. samochody, samoloty, ciągniki, ale też np. piły łańcuchowe. Cały zasób kapitału jest dzielony w gospodarce pomiędzy oba sektory – sektor produkcji dóbr i usług oraz sektor produkcji energii.[6]

Zależność między produkcją Y i nakładami czynników K_1, K_2, L opisuje funkcja typu Cobba-Douglasa o stałych efektach skali:

$$Y = A(uK_1)^{\alpha}(vK_2)^{\beta}L^{1-\alpha-\beta}, \tag{2}$$

gdzie $u \in (0; 1)$ oznacza udział kapitału fizycznego K_1 w sektorze produkcyjnym, $v \in (0; 1)$ – udział kapitału fizycznego K_2 w sektorze produkcyjnym, $\alpha, \beta \in (0; 1)$ są elastycznościami produkcji względem (odpowiednio) kapitału K_1 i kapitału K_2. Parametr A charakteryzuje poziom zaawansowania technologicznego gospodarki związany z produkcją dóbr. A ma również interpretację TFP. Zakładamy też, że $1 - \alpha - \beta \in (0; 1)$. Funkcja produkcji (2) spełnia warunki Inady oraz prawo malejącej produktywności krańcowej (por. Tokarski, 2011). Czynniki produkcji są względem siebie wzajemnie substytucyjne z elastycznością substytucji równą 1[7].

W gospodarce pewną część produktu przeznacza się na inwestycje w obie formy kapitału. Ewolucje kapitałów fizycznych K_1 i K_2 dane są następującymi wzorami:

$$\dot{K}_1 = s_1 Y - \lambda K_1, \tag{3}$$

---

[5] Pomimo tego, że *explicite* nie jest to pokazane, wszystkie zmienne makroekonomiczne są różniczkowalnymi funkcjami czasu.

[6] Analogicznie rozdysponowują kapitał fizyczny Antony (2007), da Silva (2008) oraz Pittel, Bretschger (2010).

[7] Funkcja typu Cobba-Douglasa jest szczególnym przypadkiem funkcji produkcji typu CES dla elastyczności substytucji równej 1, por. Acemoglu (2009).

$$\dot{K}_2 = s_2 Y - \lambda K_2, \tag{4}$$

gdzie $s_i \in (0; 1)$, $i = 1, 2$, oznacza stopę inwestycji w kapitał i-ty. Zakładamy, że $s_1 + s_2 \in (0; 1)$; Stopa deprecjacji kapitału fizycznego $\lambda \in (0; 1)$ jest jednakowa dla obu form kapitału[8]. W momencie początkowym gospodarka dysponuje zasobami K_1^0 i K_2^0 kapitału każdego rodzaju. Oznacza to, że w momencie $t = 0$ produkcja w gospodarce jest równa $Y^0 = A(uK_1^0)^{\alpha}(vK_2^0)^{\beta}$.

Produkcja jest przeznaczana na inwestycje powiększające oba rodzaje kapitału fizycznego oraz na konsumpcję C:

$$Y = s_1 Y + s_2 Y + C, \tag{5}$$

skąd wynika, że

$$C = (1 - s_1 - s_2)Y. \tag{6}$$

Gospodarka posiada pewne złoża zasobów naturalnych, które stanowią w naszym modelu niezbędny czynnik produkcji energii. Przez S oznaczać będziemy wielkość posiadanych złóż zasobów naturalnych, a przez R – strumień zasobów naturalnych, który w danym momencie jest zużywany (spalany) w procesie produkcji energii (niezbędny do uruchomienia kapitału K_2). Mamy zatem:

$$\dot{S} = -R \Rightarrow S(t) = S^0 - \int_0^t R dt, \tag{7}$$

gdzie przez S^0 oznaczamy wielkość złóż zasobów naturalnych w momencie początkowym.

Sektor drugi do produkcji energii wykorzystuje pozostałą część obu rodzajów kapitału fizycznego oraz strumień zasobów naturalnych, które są spalane i bezpowrotnie tracone. Wielkość produkowanej energii dana jest następującym wzorem:

$$E = B((1-u)K_1)^{\gamma}((1-v)K_2)^{\delta} R^{1-\gamma-\delta}, \tag{8}$$

gdzie $(1-u) \in (0; 1)$ oznacza udział kapitału fizycznego K_1 w sektorze produkcji energii, $(1-v) \in (0; 1)$ – udział kapitału fizycznego K_2 w sektorze produkcji energii; γ, $\delta \in (0; 1)$ są elastycznościami produkcji energii względem (odpowiednio) kapitału K_1 i kapitału K_2. Parametr B charakteryzuje poziom zaawansowania technologicznego sektora produkcji energii. Zakładamy też, że $1 - \gamma - \delta \in (0; 1)$. Nietrudno zauważyć,

[8] Można założyć, że obie formy kapitału zużywają się w różnym tempie, ale brak wyraźnych przesłanek empirycznych dla tego typu twierdzenia. Założenie to nie ma większego wpływu na uzyskane wnioski.

że strumień zasobów naturalnych jest substytucyjny względem obu form kapitału fizycznego, ale jednocześnie niezbędny w całym procesie.

Kapitał fizyczny K_2 wymaga pewnej ilości energii, zależnej od jego energochłonności. Zakładamy, że popyt na energię jest zatem proporcjonalny do wielkości tego kapitału:

$$E^d = dK_2, \tag{9}$$

gdzie parametr d mierzy energochłonność kapitału fizycznego K_2, tj. jednostka kapitału fizycznego K_2 wymaga d jednostek energii do zasilenia.

Większość parametrów w powyższym modelu to współczynniki techniczne, które, jako takie, mają charakter egzogeniczny. W gestii podmiotów decyzyjnych pozostaje wysokość stóp inwestycji oraz sposób podziału obu rodzajów kapitału między sektory przy założeniu długookresowej równowagi wzrostu.

3. RÓWNOWAGA

Równowaga w gospodarce (i efektywność gospodarowania zasobami) wymaga, by popyt na energię równy był jej produkcji. W przeciwnym wypadku, jeśli popyt na energię nie jest zaspokojony, gospodarka nie może wykorzystać całego zasobu kapitału K_2, a jeśli popyt jest zbyt niski – produkcję energii można zmniejszyć przez przesunięcie nadwyżkowego kapitału fizycznego (w jednej lub obu jego postaciach) do sektora produkcji.

Przyrównując prawe strony równań (8) i (9) otrzymujemy:

$$K_2 = \left(\frac{B(1-u)^{\gamma}(1-v)^{\delta}}{d}\right)^{\frac{1}{1-\delta}} K_1^{\frac{\gamma}{1-\delta}} R^{\frac{1-\gamma-\delta}{1-\delta}}, \tag{10}$$

co pozwala wyznaczyć wzór na wielkość zasobów naturalnych potrzebną do wyprodukowania energii zasilającej cały kapitał fizyczny K_2:

$$R = \left(\frac{K_2^{1-\delta} d}{K_1^{\gamma} B(1-u)^{\gamma}(1-v)^{\delta}}\right)^{\frac{1}{1-\gamma-\delta}}. \tag{11}$$

Ze wzoru (11) wynika, że strumień spalanych w procesie produkcji energii zasobów naturalnych jest:

– tym wyższy, im większy jest zasób kapitału fizycznego K_2; bezpośrednio oznacza to, że te dwa czynniki są względem siebie komplementarne, bowiem jak słusznie zauważają Constanza, Daly (1992), większym zasobom kapitału fizycznego towarzyszy większe spalanie zasobów naturalnych w celu dostarczenia odpowiednio większej ilości energii;
– tym wyższy, im wyższa jest energochłonność kapitału fizycznego;

– tym niższy, im wyższy jest poziom zaawansowania technologii (parametr B) w sektorze produkcji energii;
– tym niższy, im większy jest zasób kapitału fizycznego K_1, nie wymagającego zasilenia energią, a będącego substytucyjnym względem kapitału K_2.

Gospodarka może zmniejszyć zużycie zasobów naturalnych rezygnując z pewnej części zasobu K_2 na rzecz, zwiększonego zasobu kapitału fizycznego K_1, prowadząc prace badawczo-rozwojowe nakierowane na zmniejszenie energochłonności kapitału fizycznego lub zwiększając produktywność w sektorze energetycznym.

Równania (2), (3) i (4), wyrażone *per capita*, prowadzą do następującego prawa ruchu obu rodzajów kapitału fizycznego:

$$\dot{k}_1 = s_1 A(uk_1)^\alpha (vk_2)^\beta - (\lambda + n)k_1, \tag{12}$$

$$\dot{k}_2 = s_2 A(uk_1)^\alpha (vk_2)^\beta - (\lambda + n)k_2, \tag{13}$$

gdzie $k_1 = K_1/L$ oraz $k_2 = K_2/L$[9]. Układ równań dynamicznych (12) i (13) ma jeden nietrywialny punkt równowagi:

$$k_1^* = \left(\frac{s_1^{1-\beta} s_2^\beta A u^\alpha v^\beta}{\lambda + n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}, \tag{14}$$

$$k_2^* = \left(\frac{s_1^\alpha s_2^{1-\alpha} A u^\alpha v^\beta}{\lambda + n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}, \tag{15}$$

gdzie przez k_1^* i k_2^* oznaczamy wielkość kapitału, odpowiednio pierwszego i drugiego rodzaju na jednostkę w równowadze. Zauważmy też, że $k_1^* = k_2^* \cdot s_1/s_2$. Można udowodnić, że otrzymany w ten sposób punkt równowagi jest przyciągającym punktem długookresowej równowagi stabilnej[10]. Jeżeli tak, to bez względu na warunki początkowe układu gospodarka zmierza w stronę punktu równowagi stabilnej, znajdując się w skończonym czasie w pewnym jego odpowiednio bliskim otoczeniu i osiągając go w czasie nieskończonym. W związku z tym dalej zakładamy, iż gospodarka znajduje się w równowadze wzrostu. W równowadze takiej, analogicznie jak w modelu Mankiwa-Romera-Weila, wszystkie zmienne makroekonomiczne rosną ze stałą stopą równą n.

Gospodarka w równowadze, zgodnie z równaniem (11), zużywa w każdym momencie strumień zasobów naturalnych dany następującym wzorem:

[9] W tym przypadku przekształcenia są klasyczne, dla oszczędności miejsca pomijamy je. Zainteresowany czytelnik znajdzie je np. w pracy Tokarski (2011).

[10] Dowód pomijamy. Przebiega podobnie jak w modelu Mankiwa-Romera-Weila, patrz Tokarski (2011). Dynamika tych dwóch modeli jest bowiem identyczna.

$$R^*(t) = \left(\frac{(k_2^*)^{1-\delta}d}{(k_1^*)^\gamma B(1-u)^\gamma(1-v)^\delta}\right)^{\frac{1}{1-\gamma-\delta}} e^{nt} = \\ = \left(\frac{d}{(\frac{s_1}{s_2})^\gamma B(1-u)^\gamma(1-v)^\delta}\right)^{\frac{1}{1-\gamma-\delta}} e^{nt}k_2^*, \tag{16}$$

a zatem:

$$R^*(t) = \left(\frac{d}{(\frac{s_1}{s_2})^\gamma B(1-u)^\gamma(1-v)^\delta}\right)^{\frac{1}{1-\gamma-\delta}} \left(\frac{s_1^\alpha s_2^{1-\alpha}Au^\alpha v^\beta}{\lambda+n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} e^{nt}. \tag{17}$$

Strumień zużywanych zasobów naturalnych $R^*(t)$ rośnie w czasie *ceteris paribus* ze stopą równą stopie wzrostu zasobów pracy. To oznacza, że zużycie zasobów naturalnych *per capita* jest stałe w czasie i jedynie wielkość populacji (wielkość zasobów pracy) wyznacza całkowite zużycie zasobów naturalnych w czasie.

Wielkość niezużytych złóż zasobów naturalnych (w gospodarce znajdującej się w równowadze) jest równa:

$$S^*(t) = S^0 - \int_0^t R^* dt = \\ = S^0 - \int_0^t \left(\frac{d}{(\frac{s_1}{s_2})^\gamma B(1-u)^\gamma(1-v)^\delta}\right)^{\frac{1}{1-\gamma-\delta}} \left(\frac{s_1^\alpha s_2^{1-\alpha}Au^\alpha v^\beta}{\lambda+n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} e^{n\tau}d\tau, \tag{18}$$

$$S^*(t) = S^0 - \frac{1}{n}\left(\frac{d}{(\frac{s_1}{s_2})^\gamma B(1-u)^\gamma(1-v)^\delta}\right)^{\frac{1}{1-\gamma-\delta}} \left(\frac{s_1^\alpha s_2^{1-\alpha}Au^\alpha v^\beta}{\lambda+n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} (e^{nt}-1). \tag{19}$$

Wyczerpanie złóż zasobów naturalnych nastąpi w chwili $\tilde{t}$, w której $S^*(\tilde{t}) = 0$:

$$\tilde{t} = \ln\left(\frac{nS^0}{\left(\frac{d}{(\frac{s_1}{s_2})^\gamma B(1-u)^\gamma(1-v)^\delta}\right)^{\frac{1}{1-\gamma-\delta}} \left(\frac{s_1^\alpha s_2^{1-\alpha}Au^\alpha v^\beta}{\lambda+n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}} + 1\right)^{\frac{1}{n}}. \tag{20}$$

Od momentu $\tilde{t}$ zasoby naturalne są całkowicie wyczerpane, a cały zasób kapitału K_2 staje się bezużyteczny. Racjonalne wydaje się zastąpienie go w całości kapitałem typu K_1. Przy przyjętych postaciach funkcji produkcji, zarówno dóbr i usług jak i energii, niezbędna jest jednak chociażby najmniejsza ilość kapitału K_2. Istotnie, $K_2 = 0$ implikuje $Y = 0$. W gospodarce z funkcją produkcji typu Cobba-Douglasa nie jest zatem możliwe całkowite zrezygnowanie z kapitału fizycznego wykorzystującego zasoby naturalne jako źródło energii.

Czy dla takiej gospodarki rozwiązaniem byłoby zaprzestanie inwestycji w kapitał K_2? Wówczas, na mocy (4), zasób kapitału K_2 będzie wykładniczo malał, osiągając wartość zerową dopiero w nieskończoności. Oznacza to stopniowy, wykładniczy spadek wielkości produkcji (*ceteris paribus*). Nietrudno zauważyć także, że $s_2 = 0$ implikuje z kolei $\tilde{t} = +\infty$, zatem zasoby naturalne wyczerpią się dopiero w nieskończoności, pozwalając utrzymać niezerową produkcję przez cały ten czas. Wydaje się, że rozwiązaniem jest tak duże inwestowanie w kapitał K_1, które pozwoli na zrekompensowanie niedostatku kapitału K_2. Malejąca produktywność krańcowa kapitału K_1 sprawia, że będzie on przynosić coraz mniejszy przyrost produkcji przy liniowo rosnącej jego deprecjacji. *Per capita* oznaczać to będzie stopniowy spadek wielkości produkcji w czasie, aż do zera w nieskończoności. Ewentualny postęp techniczny (który w naszym modelu tradycyjnie może przejawiać się w stałym, wykładniczym wzroście TFP, czyli A) może jedynie spowolnić ten proces.

4. OPTYMALIZACJA KONSUMPCJI

Gospodarka może sterować udziałami u i v obu form kapitału fizycznego w poszczególnych sektorach. Na mocy (2) i (10) funkcja produkcji, po wyeliminowaniu K_2, przyjmuje postać:

$$Y = AK_1^{\alpha+\frac{\beta\gamma}{1-\delta}} \left(\frac{B}{d}\right)^{\frac{\beta}{1-\delta}} R^{\frac{\beta(1-\gamma-\delta)}{1-\delta}} L^{1-\alpha-\beta} u^{\alpha}(1-u)^{\frac{\beta\gamma}{1-\delta}} v^{\beta}(1-v)^{\frac{\beta\delta}{1-\delta}}. \tag{21}$$

Równanie (21) ukazuje wpływ udziałów u i v na wielkość produkcji. Wielkość konsumpcji *per capita*, na mocy (6), dana jest wzorem:

$$c = (1-s_1-s_2)AK_1^{\alpha+\frac{\beta\gamma}{1-\delta}} \left(\frac{B}{d}\right)^{\frac{\beta}{1-\delta}} R^{\frac{\beta(1-\gamma-\delta)}{1-\delta}} L^{-\alpha-\beta} u^{\alpha}(1-u)^{\frac{\beta\gamma}{1-\delta}} v^{\beta}(1-v)^{\frac{\beta\delta}{1-\delta}}. \tag{22}$$

Rozważmy maksymalizację konsumpcji *per capita* względem udziałów u i v przy ustalonych K_1, R i L oraz s_1 i s_2. Warunki pierwszego rzędu dane są następującymi wzorami:

$$\begin{aligned}\frac{\partial c}{\partial u} = (1-s_1-s_2)AK_1^{\alpha+\frac{\beta\gamma}{1-\delta}} \left(\frac{B}{d}\right)^{\frac{\beta}{1-\delta}} R^{\frac{\beta(1-\gamma-\delta)}{1-\delta}} L^{-\alpha-\beta} v^{\beta}(1-v)^{\frac{\beta\delta}{1-\delta}} \times \\ \times \left(\alpha u^{\alpha-1}(1-u)^{\frac{\beta\gamma}{1-\delta}} - \frac{\beta\gamma}{1-\delta} u^{\alpha}(1-u)^{\frac{\beta\gamma}{1-\delta}-1}\right) = 0,\end{aligned} \tag{23}$$

$$\frac{\partial c}{\partial v} = (1 - s_1 - s_2) A K_1^{\alpha + \frac{\beta\gamma}{1-\delta}} \left(\frac{B}{d}\right)^{\frac{\beta}{1-\delta}} R^{\frac{\beta(1-\gamma-\delta)}{1-\delta}} L^{-\alpha-\beta} u^{\alpha} (1-u)^{\frac{\beta\gamma}{1-\delta}} \times \\ \times \left(\beta v^{\beta-1} (1-v)^{\frac{\beta\delta}{1-\delta}} - \frac{\beta\delta}{1-\delta} v^{\beta} (1-v)^{\frac{\beta\delta}{1-\delta}-1}\right) = 0. \tag{24}$$

Rozwiązanie układu równań $\frac{\partial c}{\partial u} = 0$ i $\frac{\partial c}{\partial v} = 0$ prowadzi do wniosku, że maksymalizujące konsumpcję udziały obu form kapitału w poszczególnych procesach produkcyjnych są następujące: $u = \frac{\alpha(1-\delta)}{\gamma\beta + \alpha(1-\delta)}$ i $v = 1 - \delta$.[11] Oczywiście $u,\ v \in (0;\ 1)$. Zauważmy, że gdy elastyczności produkcji i produkcji energii względem K_1 i K_2 są równe (tj. $\alpha = \beta$ i $\gamma = \delta$) to $u = v = 1 - \delta$. Zauważmy też, że udziały te są niezależne od wielkości zmiennych makroekonomicznych, zależą jedynie od parametrów gospodarki. Jeżeli zatem parametry te nie zmienią się w czasie, to reguły wyboru optymalnego poziomu konsumpcji pozostają takie same, zarówno w stanie równowagi, jak i poza nim.

Załóżmy teraz, że w gospodarce oba rodzaje kapitału są w obu sektorach ulokowane w sposób maksymalizujący konsumpcję *per capita*. Wówczas konsumpcja *per capita* w takiej gospodarce, na mocy równań (2), (6), (10), (14) i (15), dana jest następującym wzorem:

$$c^* = (1 - s_1 - s_2) \left(A \left(\frac{\alpha(1-\delta)}{\gamma\beta + \alpha(1-\delta)} \right)^{\alpha} (1-\delta)^{\beta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \times \\ \times \left(\frac{1}{\lambda + n} \right)^{\frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta}} s_1^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}} s_2^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}}. \tag{25}$$

Postawmy zadanie maksymalizacji konsumpcji *per capita* ze względu na obie stopy inwestycji. Warunki pierwszego rzędu w tym przypadku dane są następującymi wzorami:

$$\frac{\partial c^*}{\partial s_1} = \left(A \left(\frac{\alpha(1-\delta)}{\gamma\beta + \alpha(1-\delta)} \right)^{\alpha} (1-\delta)^{\beta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \left(\frac{1}{\lambda + n} \right)^{\frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta}} s_2^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}} \times \\ \times \left(-s_1^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}} + (1 - s_1 - s_2) \frac{\alpha}{1-\alpha-\beta} s_1^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}-1} \right) = 0, \tag{26}$$

$$\frac{\partial c^*}{\partial s_2} = \left(A \left(\frac{\alpha(1-\delta)}{\gamma\beta + \alpha(1-\delta)} \right)^{\alpha} (1-\delta)^{\beta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \left(\frac{1}{\lambda + n} \right)^{\frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta}} s_1^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}} \times \\ \times \left(-s_2^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}} + (1 - s_1 - s_2) \frac{\beta}{1-\alpha-\beta} s_2^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}-1} \right) = 0. \tag{27}$$

[11] Bez trudu można sprawdzić, że warunki dostateczne istnienia maksimum funkcji (22) są spełnione.

Rozwiązanie układu dwóch powyższych równań prowadzi do wniosku, że $s_1^* = \alpha$ i $s_2^* = \beta$[12], co jest zgodne z klasycznymi wynikami tego typu dla modelu Mankiwa-Romera-Weila[13] i oznacza, że w długookresowej równowadze wzrostu optymalne stopy inwestycji s_1^*, s_2^*, przy których gospodarka zapewnia maksymalną konsumpcję *per capita* są równe odpowiednim elastycznościom produkcji względem K_1 i K_2.

Podstawiając optymalne udziały poszczególnych form kapitału oraz złote stopy akumulacji do (20) otrzymujemy następujący wzór na $\tilde{t}^*$:

$$\tilde{t}^* = \ln\left(\frac{nS^0}{\left(\frac{d}{(\frac{\alpha}{\beta})^\gamma B\left(\frac{\gamma\beta}{\gamma\beta+\alpha(1-\delta)}\right)^\gamma \delta^\delta}\right)^{\frac{1}{1-\gamma-\delta}} \left(\frac{\alpha^\alpha \beta^{1-\alpha} A\left(\frac{\alpha(1-\delta)}{\gamma\beta+\alpha(1-\delta)}\right)^\alpha (1-\delta)^\beta}{\lambda+n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}} + 1\right)^{\frac{1}{n}}. \quad (28)$$

Stopień skomplikowania powyższego wzoru sprawia, że analiza wpływu poszczególnych parametrów makroekonomicznych gospodarki na czas wyczerpania się zasobów naturalnych jest utrudniona – znaki odpowiednich pochodnych zależą od układu wartości poszczególnych parametrów. Obliczenia są dużo łatwiejsze w przypadku A, B, d, λ i S^0:

$$\frac{\partial\tilde{t}^*}{\partial A} < 0; \qquad \frac{\partial\tilde{t}^*}{\partial B} > 0; \qquad \frac{\partial\tilde{t}^*}{\partial d} < 0; \qquad \frac{\partial\tilde{t}^*}{\partial \lambda} > 0; \qquad \frac{\partial\tilde{t}^*}{\partial S^0} > 0. \quad (29)$$

Prowadzi to do następujących wniosków:

– Postęp techniczny, wyrażający się we wzroście TFP w sektorze produkcji dóbr i usług (we wzroście wartości parametru A) wpływa negatywnie na oczekiwany czas wyczerpania się zasobów naturalnych. Jeżeli zatem odkrycia technologiczne spowodują, że z jednakowego nakładu czynników produkcji powstanie więcej produktu, to jednocześnie, przy stałych w czasie stopach inwestycji, większe będą nakłady inwestycyjne na zasób kapitału K_2. Zwiększanie w czasie rozmiarów kapitału wymagającego energii produkowanej z zasobów naturalnych implikuje konieczność produkcji większej ilości energii, co powoduje wzrost zużycia zasobów naturalnych i przyspiesza moment ich całkowitego wyczerpania.
– Jeżeli jednak postęp techniczny przekłada się na wzrost wartości parametru B (tj. wzrost TFP w sektorze produkcji energii), wówczas moment wyczerpania się zasobów naturalnych oddala się w czasie. Przy wyższym B tę samą ilość energii można uzyskać przy mniejszych nakładach wszystkich czynników produkcji energii, w tym przede wszystkim przy mniejszym nakładzie zasobów naturalnych, co oczywiście wydłuża czas ich eksploatacji i ma wpływ na zwiększenie się $\tilde{t}^*$.

---

[12] Tu także bez trudu można sprawdzić, że warunki dostateczne istnienia maksimum funkcji (25) są spełnione.

[13] Por. Tokarski (2011).

– Postęp techniczny może też powodować zmniejszanie się współczynnika energochłonności kapitału fizycznego d. Jeżeli energochłonność zmaleje, kapitał fizyczny K_2 będzie wymagał mniejszego zużycia energii. Niższa produkcja energii oznacza mniejszą eksploatację zasobów naturalnych. To z kolei oddala moment wyczerpania się zasobów.
– Wzrost stopy deprecjacji kapitału λ, która, jak założyliśmy, jest identyczna dla obu form kapitału, wymaga większych nakładów inwestycyjnych na ich odtworzenie (większe inwestycje restytucyjne). To z kolei, wraz z malejącą produktywnością krańcową, implikuje niższe poziomy zasobów obu rodzajów kapitału fizycznego w stanie równowagi. Niższy zasób kapitału K_2 wymaga mniejszej ilości energii, co ogranicza zużycie zasobów naturalnych i oddala w czasie moment ich całkowitego wyczerpania.
– Wreszcie, im większe są całkowite złoża zasobów naturalnych tym dłuższy jest czas, w jakim pozostaną one dostępne. Zwiększyć S^0 można jednak wyłącznie przez poszukiwania nowych złóż zasobów naturalnych.

5. PODSUMOWANIE

W niniejszym artykule zaprezentowano model wzrostu gospodarczego, w którym zasoby naturalne stanowią źródło energii dla (przynajmniej) części kapitału fizycznego. Zasoby naturalne są komplementarne względem (części) kapitału fizycznego – im wyższy zasób kapitału wymagającego energii, tym większy wymagany nakład zasobów naturalnych, i na odwrót – wraz ze zwiększonym wykorzystaniem zasobów naturalnych możliwe staje się użycie większej ilości kapitału fizycznego. Wobec ograniczoności i nieodnawialności zasobów naturalnych będących źródłami energii oznacza to ich wyczerpanie w skończonym czasie – zgodnie z intuicją ekonomiczną, a wbrew klasycznym rezultatom płynącym z modeli, w których zakłada się substytucyjność zasobów naturalnych i kapitału fizycznego. Pomimo tego, pewien rodzaj substytucyjności między zasobami naturalnymi a kapitałem fizycznym w analizowanym modelu występuje – w produkcji energii te czynniki produkcji są do pewnego stopnia wzajemnie zastępowalne, jednakże oba są w niej niezbędne.

Szczególną uwagę poświęcono gospodarce w równowadze wzrostu, w której wybrane parametry (decyzyjne) mogą podlegać wyborom. Za kryterium decyzyjne przyjęto maksymalizację konsumpcji na zatrudnionego. Pozwoliło to na wyznaczenie optymalnego podziału obu rodzajów kapitału fizycznego między dwa sektory gospodarki oraz na wyznaczenie złotych stóp oszczędności/inwestycji. Obliczenia wykazały, że rozdysponowanie kapitału fizycznego pomiędzy sektorem produkcji dóbr i usług a sektorem produkcji energii jest zależne przede wszystkim od roli, jaką w procesie produkcji energii pełni kapitał fizyczny wymagający energii, a konkretnie od poziomu elastyczności produkcji energii względem tegoż kapitału. Wynik ten jest niezależny od czasu i stanu gospodarki, jedynie od makroekonomicznych parametrów technologii produkcyjnych w obu sektorach.

Złote reguły akumulacji obu form kapitału w równowadze są równe elastycznościom produkcji dóbr i usług względem odpowiednich kapitałów. Wynik ten jest zgodny z klasycznymi wynikami (patrz Tokarski, 2011).

Model pozwala na wyznaczenie czasu wyczerpania zasobów naturalnych. Czas ten zależy od wszystkich parametrów makroekonomicznych modelowanej gospodarki, jednak większość z nich ma na niego wpływ zarówno pozytywny jak i negatywny. Ich sumaryczny wpływ jest zatem zależny od układu wartości parametrów, co może być przedmiotem dalszej, szczegółowej analizy, w tym także numerycznej. Jedynie wpływ kilku parametrów ma charakter jednoznaczny, na co wskazują znaki odpowiednich pochodnych. Wskazówki dla polityki ekonomicznej gospodarki, która chce jak najdłużej dysponować zasobami naturalnymi, są następujące. Postęp techniczny powinien mieć ukierunkowaną formę, mianowicie powinien być silniej zorientowany na zwiększenie TFP w sektorze produkcji energii, gdyż postępowi technicznemu w sektorze produkcji dóbr i usług towarzyszy zwiększone zużycie zasobów naturalnych wskutek zwiększonej akumulacji kapitału fizycznego absorbującego więcej energii, co implikuje wzrost zapotrzebowania na zasoby naturalne. Istotnym zatem jest, by prace naukowo-badawcze nastawione na poprawę jakości produkcji w sektorze produkcji energii były intensywniejsze niż w sektorze dóbr i usług. Pomocna będzie także troska o zmniejszenie energochłonności kapitału fizycznego, np. poprzez kreowanie nowej generacji mniej energochłonnego kapitału fizycznego bądź poprawę jakości aktualnie funkcjonującego kapitału i eliminowanie strat energii. Należy jednocześnie poszukiwać nowych istniejących złóż zasobów naturalnych celem zwiększenia ich dostępnej ilości.

Zaprezentowany model nie jest oczywiście doskonały i wymaga dalszej pracy. Można spróbować rozszerzyć go o jawny postęp techniczny, o elementy optymalizacji dynamicznej, czy też o zwiększenie stopnia substytucyjności między obiema formami kapitału. Wydaje się, że jakościowe wyniki będą w tym przypadku podobne, choć oczywiście wymaga to dogłębnych analiz.

LITERATURA

Acemoglu D., (2009), *Introduction to Modern Economic Growth*, MIT press.

Amigues J. P., Grimaud A., Moreaux M., (2004), Optimal Endogenous Sustainability with an Exhaustible Resource Through Dedicated R&D, *Les Cahiers du LERNA*, 4, 154.

Antony J., (2007), Depletion of Non-Renewable Resources and Endogenous Technical Change (No. 291), *Volkswirtschaftliche Diskussionsreihe/Institut für Volkswirtschaftslehre der Universität Augsburg*.

Bretschger L., (2013), Population Growth and Natural Resource Scarcity: Long-Run Development under Seemingly Unfavorable Conditions, *The Scandinavian Journal of Economics*, 115 (3), 722–755.

Costanza R., Daly H. E., (1992), Natural Capital and Sustainable Development, *Conservation Biology*, 6 (1), 37–46.

Costantini V., Martini C., (2010), The Causality between Energy Consumption and Economic Growth: A Multi-Sectoral Analysis using Non-stationary Cointegrated Panel Data, *Energy Economics*, 32 (3), 591–603.

Dalgaard C. J., Strulik H., (2007), Rediscovering the Solow Model: An Energy Network Approach, Discussion Papers, Department of Economics, University of Copenhagen.

Daly H. E., (1997), Georgescu-Roegen versus Solow/Stiglitz, *Ecological Economics*, 22 (3), 261–266.
Daly H. E., (1999), How Long Can Neoclassical Economists Ignore the Contributions of Georgescu-Roegen? Bioeconomics and Sustainability: Essays in Honour of Nicholas Georgescu-Roegen, 13–24.
Dasgupta P., Heal G., (1974), The Optimal Depletion of Exhaustible Resources, *The Review of Economic Studies*, 41 (5), 3–28.
da Silva A. S., (2008), Growth with Exhaustible Resource and Endogenous Extraction Rate, *Economic Modelling*, 25 (6), 1165–1174.
Georgescu-Roegen N., (1979), Energy Analysis and Economic Valuation, *Southern Economic Journal*, 1023–1058.
Grimaud A., Rougé L., (2008), Environment, Directed Technical Change and Economic Policy, *Environmental and Resource Economics*, 41 (4), 439–463.
Grimaud A., Rougé L., (2014), Carbon Sequestration, Economic Policies and Growth, *Resource and Energy Economics*, 36 (2), 307–331.
Groth C., Schou P., (2002), Can Non-renewable Resources Alleviate the Knife-edge Character of Endogenous Growth? *Oxford Economic Papers*, 54 (3), 386–411.
Groth C., Schou P., (2007), Growth and Non-renewable Resources: the Different Roles of Capital and Resource Taxes, *Journal of Environmental Economics and Management*, 53 (1), 80–98.
Growiec J., Schumacher I., (2008), On Technical Change in the Elasticities of Resource Inputs, *Resources Policy*, 33 (4), 210–221.
Lee C. C., Chang C. P., Chen P. F., (2008), Energy-Income Causality in OECD Countries Revisited: The Key Role of Capital Stock, *Energy Economics*, 30 (5), 2359–2373.
Malaczewski M., (2014), *Zasoby naturalne, postęp techniczny a długookresowy wzrost gospodarczy*, WUŁ, Łódź.
Mankiw N. G., Romer D.,Weil D. N., (1992), A Contribution to the Empirics of Economic Growth, *The Quarterly Journal of Economics*, 107 (2), 407–437.
Neustroev D., (2013), The Uzawa-Lucas Growth Model with Natural Resources (No. 52937), University Library of Munich, Germany.
Pittel K., Bretschger L., (2010), The Implications of Heterogeneous Resource Intensities on Technical Change and Growth, *Canadian Journal of Economics/Revue canadienne d'économique*, 43 (4), 1173–1197.
Scholz C. M., Ziemes G., (1999), Exhaustible Resources, Monopolistic Competition, and Endogenous Growth, *Environmental and Resource Economics*, 13 (2), 169–185.
Smulders S., De Nooij M., (2003), The Impact of Energy Conservation on Technology and Economic Growth, *Resource and Energy Economics*, 25 (1), 59–79.
Solow R. M., (1956), A Contribution to the Theory of Economic Growth, *The Quarterly Journal of Economics*, 70 (1), 65–94.
Solow R. M., (1974), Intergenerational Equity and Exhaustible Resources, *The Review of Economic Studies*, 41 (5), 29–45.
Stern D. I., Cleveland C. J., (2004), Energy and Economic Growth, *Encyclopedia of energy*, 2, 35–51.
Stern D. I., (2011), The Role of Energy in Economic Growth, *Annals of the New York Academy of Sciences*, 1219 (1), 26–51.
Stiglitz J., (1974), Growth with Exhaustible Resources: Efficient and Optimal Growth Paths, *Review of Economic Studies*, (symposium volume), 123–137.
Stuermer M., Schwerhoff G., (2013), Technological Change in Resource Extraction and Endogenous Growth, *Bonn Econ Discussion Papers*, 12.
Tokarski T., (2011), *Ekonomia matematyczna. Modele Makroekonomiczne*, PWE, Warszawa.
Van Zon A., Yetkiner I. H., (2003), An Endogenous Growth Model with Embodied Energy-saving Technical Change, *Resource and Energy Economics*, 25 (1), 81–103.

KAPITAŁ FIZYCZNY, PRODUKCJA ENERGII A CZAS WYCZERPANIA SIĘ ZASOBÓW NATURALNYCH

Streszczenie

Celem pracy jest analiza długookresowego wzrostu gospodarczego gospodarki z nieodnawialnymi zasobami naturalnymi. W proponowanym modelu zakładamy, że zasoby naturalne są głównym źródłem energii niezbędnej do zasilenia kapitału fizycznego. Jednocześnie postulujemy występowanie drugiego rodzaju kapitału fizycznego, niewymagającego energii. Rozważamy optymalne postępowanie takiej gospodarki, gdzie celem jest maksymalizacja konsumpcji *per capita*, a także analizujemy moment wyczerpania się zasobów naturalnych.

Słowa kluczowe: nieodnawialne zasoby naturalne, wzrost gospodarczy, zasoby naturalne jako źródło energii, komplementarność zasobów naturalnych i kapitału fizycznego

PHYSICAL CAPITAL, PRODUCTION OF THE ENERGY AND TIME OF NATURAL RESOURCES' EXHAUSTION

Abstract

The aim of this paper is to analyze long-run economic growth of the economy endowed with natural resources. In the model we assume that natural resources are the main source of the energy necessary to power physical capital. We also assume existence of second type of physical capital that does not need energy. We consider optimal consumption per capita – maximizing behaviour of the economy, and also analyze the time of exhaustion of natural resources.

Keywords: non-renewable natural resources, economic growth, natural resources as an energy source, complementarity between natural resources and physical capital