

EWA DRABIK

WYKORZYSTANIE REGUŁ AUKCYJNYCH DO HANDLU ENERGIĄ W POLSCE

1. WSTĘP

Rynek energii w Polsce nabrał charakteru konkurencyjnego w końcu lat 90. XX wieku. Wówczas to w większości krajów europejskich uchwalono nowe prawo (w Polsce w 1997 roku), które umożliwiło tworzenie wewnętrznych rynków energii elektrycznej. Pod koniec 1999 roku powstała w Polsce Towarowa Giełda Energii Elektrycznej (TGE), która niemalże od początku swego istnienia spełniała m.in. rolę mechanizmu rynkowego służącego do wyznaczania obiektywnej ceny energii. Dzięki poparciu i kontroli Komisji Nadzoru Finansowego transakcje tam zawierane można uznać za bezpieczne.

Jako pierwszy na TGE uruchomiony został rynek „spot” (kasowy) energii elektrycznej, na którym ceny ustalane są na zasadzie reguł aukcji dwustronnej. Aukcja dwustronna jest taką formą wymiany towarów i pieniędzy, podczas której oferty składane są zarówno przez kupujących, jak i sprzedających. W każdej ofercie oprócz ceny podawana jest ilość towaru, który kontrahenci zamierzają nabyć lub sprzedać.

Badania oraz eksperymenty symulacyjne dotyczące funkcjonowania aukcji dwustronnych prowadzone są na szeroka skalę. Zapoczątkował je w latach 60. XX wieku, późniejszy laureat Nagrody Nobla, Vernon L. Smith. Próby modelowania mechanizmów aukcji dwustronnej oraz zachowań jej uczestników podejmowało wielu autorów, takich jak: Wilson (1987), Friedman (1991), Easley i Ledyard (1993), Gjestad i Dichaut (1998), Sadierih (1998) oraz Xia, Stallaert, Whinston (2004). Celem pracy jest dopasowanie jednego z istniejących modeli aukcji dwustronnej do opisu funkcjonowania TGE. Do tego celu zostanie wykorzystany model Sadieriha, który dobrze oddaje reguły aukcyjne. Zostanie również zaprezentowany algorytm wyznaczania ceny transakcji dla aukcji dwustronnych (Drabik 1999), przy czym wyniki działania tego algorytmu zostaną porównane z rzeczywistymi cenami transakcji, które zostały odnotowane na TGE.

Praca zorganizowana jest w następujący sposób. W rozdziale drugim zaprezentowane zostaną zasady funkcjonowania TGE oraz sposoby zawierania transakcji na rynku typu spot. W rozdziale trzecim omówiony zostanie jeden z modeli aukcji dwustronnej i zostanie podjęta próba jego modyfikacji, a następnie dopasowania modelu do reguł obowiązujących podczas handlu na TGE. Zostanie również zaprezentowany stochastyczny algorytm wyznaczania ceny transakcji dla aukcji dwustronnej autorstwa E. Drabik (1999). Rozdział czwarty poświęcony jest analizie danych empirycznych, pod kątem porównania cen transakcji obliczanych za pomocą algorytmu z rzeczywistymi cenami transakcji notowanymi na TGE.

2. REGUŁY FUNKCJONOWANIA TOWAROWEJ GIEŁDY ENERGII W WARSZAWIE

2.1. HISTORIA POWSTANIA I ZAKRES DZIAŁALNOŚCI TGE W WARSZAWIE

Towarowa Giełda Energii zajmuje się handlem energią elektryczną, paliwami ciekłymi i gazowymi, limitami wielkości produkcji energii elektrycznej, limitami wielkości emisji zanieczyszczeń, w szczególności CO₂, prawami majątkowymi dotyczącymi energii elektrycznej, paliw ciekłych lub gazowych. Działa ona od 7 grudnia 1999 roku, a jej powstanie jest odpowiedzią na nowe prawo międzynarodowe dotyczące handlu energią obowiązujące od końca lat 90. XX wieku w większości krajów europejskich. Jako pierwszy uruchomiony został rynek spot (kasowy) energii elektrycznej. Ceny transakcji na tym rynku ustalane są zgodnie z regułami aukcji dwustronnej, co jest głównym tematem rozważań niniejszej pracy. W 2003 roku TGE uzyskała licencję Komisji Nadzoru Finansowego na prowadzenie giełdy towarowej. W ten sposób uregulowano funkcjonowanie rynku, a także podjęto próbę wyeliminowania ewentualnych patologii spekulacyjnych. Uruchomiony został rynek praw majątkowych, w którym producenci energii odnawialnej oraz podmioty zobowiązane do zakupu świadectw pochodzenia, mogą handlować prawami majątkowymi do tych świadectw. W 2006 roku TGE uruchomiła również rynek spot dla uprawnień emisją CO₂, na którym uczestnicy mogą handlować jednostkami EUA (European Union Allowance). Dwa lata później, w 2008 roku TGE uruchomiła terminowy rynek energii elektrycznej. Kontrakty terminowe na dostawę energii elektrycznej, notowane na tym rynku, pozwalają wyznaczyć cenę energii elektrycznej w dłuższym horyzoncie czasowym, a to z kolei, umożliwiła uczestnikom optymalizację kosztów sprzedaży/ zakupu energii elektrycznej. TGE spełnia także rolę mechanizmu rynkowego, który pozwala na wyznaczanie obiektywnej rynkowej ceny energii. Dzieje się tak, ponieważ reguły obowiązujące podczas zawierania transakcji są ściśle określone i przejrzyste, zaś wszyscy uczestnicy rynku, niezależnie od wielkości, są traktowani jednakowo. Wprowadzono także bardzo nowatorskie, jak na polskie warunki, rozwiązania w zakresie obrotu towarami giełdowymi. Przyszłościowo TGE postawiła sobie za cel wdrożenie nowoczesnej metody międzynarodowego handlu energią elektryczną. W systemie tym zdolności przesyłowe energii są udostępniane poprzez transakcje na współpracujących ze sobą giełdach energii. TGE dąży również do tego, aby zwiększyć interaktywność na rynku energii, a także zwiększyć swoją rolę w handlu tzw. białą energią, potocznie zwaną energią odnawialną. Obecnie TGE prowadzi następujące rynki: rynek dnia następnego (RDN), rynek gazu (RG), rynek terminowy (RT), rynek praw majątkowych, rynek uprawnień do emisji CO₂.

2.2. REGUŁY ZAWIERANIA TRANSAKCJI NA TGE; SKŁADANIE ZLECEŃ I SYSTEM NOTOWAŃ

W niniejszym punkcie zostaną przedstawione niektóre sposoby składania i realizacji zleceń na TGE, a także zaprezentowany zostanie sposób ustalania ceny energii. Rozważania dotyczą tzw. rynku dnia następnego, na którym zlecenia zarówno kupna, jak i sprzedaży składane są sekwencyjnie w określonych przedziałach czasu, które można traktować jako kolejne cykle.

Zlecenia na TGE przyjmowane są zgodnie z regulaminem na kilka sposobów. Mogą być one zbierane blokowo lub godzinowo. Przykładowy sposób składania zleceń jest następujący. W godzinach od 07:15 do 14:30, na dwa dni przed dniem dostawy, przyjmowane są zlecenia, które można, zgodnie z regulaminem, usuwać i modyfikować. Do godz. 16:00, na dwa dni przed dniem dostawy, następuje rozliczenie wartościowe transakcji zawartych na RDN. Na dzień przed dniem dostawy, w godzinach od 07:15 do 08:00 również przyjmowane są zlecenia. Po godzinie 8:00 określone są tzw. kursy RND, czyli jednolita cena transakcji za 1 MWh energii elektrycznej w danej godzinie dnia dostawy, po czym wyniki notowań podawane są na niepublicznej stronie internetowej. W godzinach 08:01 do 10:30 przyjmowane są oferty kupna/ sprzedaży w systemie notowań ciągłych. Operacje przyjmowania zleceń i rozliczania transakcji odbywa się za pośrednictwem programu komputerowego, który działa na zasadach stworzonych przez jedną z bardziej znanych firm obsługujących giełdy towarowe i towarowo-pieniężne w Ameryce i Europie.

Zlecenia składane są przez tzw. członka giełdy, czyli podmiot, który zawarł z giełdą umowę o członkostwo i został dopuszczony do „działalności giełdowej”. Typowe zlecenie powinno zawierać następujące informacje:

- a) rodzaj zlecenia (kupno/ sprzedaż),
- b) ilość energii będącej przedmiotem zlecenia,
- c) limit ceny wyrażony w PLN/ MWh lub polecenie wykonania zlecenia bez limitu ceny,
- d) termin ważności zlecenia,
- e) warunki realizacji zlecenia:
 - *dzienne (ang. rest of day)*, które mówi, że zlecenie powinno być zrealizowane do końca bieżącego dnia;
 - *do końca okresu notowań (ang. good until expiry)*;
 - *zlecenie do dnia (ang. good until date)*;
 - *zlecenie czasowe (ang. time order)*;
 - *zlecenie tylko na aukcję (ang. call auction)*;
 - *zlecenie typu zrealizuj i anuluj (ang. fill and kill)*;
 - *zlecenie typu zrealizuj lub anuluj (ang. kill or fill)*;
- f) numer, datę i godzinę wystawienia zlecenia.

Zlecenie *dzienne* jest ważne w dniu wystawienia i może ono uczestniczyć w fazie notowań ciągłych i fazie notowań kursu jednolitego. Zlecenie typu: *ważne do końca notowań „instrumentu”* może być składane w dowolnej fazie aktualnej sesji. Może ono uczestniczyć zarówno w fazie notowań ciągłych, jak i notowań kursu jednolitego. Zlecenie typu: *do dnia* jest ważne do określonej daty. Zlecenie *czasowe* jest ważne w dniu przekazania na giełdę do określonego czasu i może uczestniczyć zarówno w fazie notowań ciągłych, jak i w fazie kursu jednolitego. Zlecenie *tylko na aukcję* może uczestniczyć jedynie w fazie handlu opartej na ustalaniu kursu jednolitego i tylko w jednej konkretnej aukcji. Oferty kupna i sprzedaży typu *zrealizuj i anuluj* uczestniczą w fazie notowań ciągłych i są ważne do momentu zawarcia pierwszej transakcji lub pierwszych transakcji, jeżeli są realizowane w kilku transakcjach równocześnie. Oferty niezrealizowane są anulowane. W tym przypadku nie jest konieczne podawanie limitu ceny. Zlecenia typu *zrealizuj lub anuluj* uczestniczą tylko w systemie notowań

ciągłych i są ważne do momentu zawarcia pierwszych transakcji, przy czym nie muszą być one realizowane w całości. Zlecenia typu zrealizuj i/lub anuluj nie są ujmowane w tabeli zleceń i w przypadku gdy transakcje nie zostaną zawarte są one usuwane. Zlecenie takie może zawierać dodatkową opcję aktywacji – tzw. funkcję Stop Loss, która zawiera warunek przy jakim poziomie kursu energii elektrycznej zlecenie pojawi się na rynku. Zlecenia mogą być modyfikowane przez zmianę oferowanej ilości energii elektrycznej oraz limitu ceny. Jeżeli podczas modyfikacji zmniejszany jest wolumen nie ulega zmianie czas złożenia zlecenia. W pozostałych przypadkach modyfikacji, tj. zwiększeniu wolumenu i zmianie ceny oferty, otrzymują nowy czas zlecenia.

W zupełnie inny sposób określa się specyfikację kontraktów terminowych na energię elektryczną (zob. [11]).

Mechanizmy ustalania ceny transakcji na rynku dnia następnego oraz w systemie notowań ciągłych realizowane są w następujący sposób.

- a) Maksymalizowany jest wolumen obrotu.
- b) Minimalizowana jest różnica między skumulowanym wolumenem energii elektrycznej w zleceniach kupna i sprzedaży możliwych do zrealizowania po określonym kursie.

W przypadku braku możliwości jednoznacznego określenia kursu RDN stosowany jest następujący algorytm. Jeżeli istnieje więcej niż jedna cena ustalona za pomocą powyższej metody oraz gdy różnica pomiędzy skumulowanym wolumenem kupna i skumulowanym wolumenem sprzedaży wynosi zero, wyznaczana jest średnia cena między skrajnymi cenami, tj. maksymalną ceną kupna i minimalną ceną sprzedaży. Jeżeli istnieją dwie takie ceny, kurs wyznaczany jest losowo spośród tych cen. Jeżeli różnica pomiędzy skumulowanym wolumenem kupna i skumulowanym wolumenem sprzedaży ma te same znaki dla każdej ceny, wyznaczany jest taki kurs, który jest bliższy zmiany znaku tej różnicy. W przypadku natomiast gdy różnica pomiędzy skumulowanym wolumenem kupna i skumulowanym wolumenem sprzedaży ma różne znaki dla każdej ceny, kurs wyznaczany jest losowo z dwóch cen: najwyższej ceny z dodatnią różnicą i najniższej ceny z ujemną różnicą (zob. [11], s. 9-10).

Zlecenia na rynku dnia następnego w systemie kursu jednolitego realizowane są wówczas, gdy cena sprzedaży określona w ofercie z limitem ceny jest niższa od ustalonego kursu energii elektrycznej, zaś cena kupna określona z limitem ceny jest wyższa od ustalonego kursu energii elektrycznej. Zlecenie, w którym cena sprzedaży jest wyższa zaś cena kupna jest niższa od kursu energii elektrycznej nie są realizowane. Zlecenia kupna i sprzedaży złożone z limitem ceny równym kursowi energii elektrycznej mogą zostać zrealizowane częściowo, w całości lub mogą nie zostać zrealizowane. O kolejności realizacji zleceń złożonych z limitem ceny równym kursowi energii elektrycznej decyduje czas przyjęcia zleceń do systemu informatycznego giełdy.

Transakcje w systemie notowań ciągłych zawierane są po kursie równym limitowi ceny, jeśli został podany w zleceniu oczekującym na realizację. W pierwszej kolejności realizowane są zlecenia o najwyższym limicie ceny w przypadku zleceń kupna i o najniższym limicie ceny w przypadku zleceń sprzedaży. W przypadku zleceń z równymi limitami ceny będą one realizowane według czasu przyjęcia zlecenia, tj. zlecenie przyjęte wcześniej zostanie zrealizowane w pierwszej kolejności. Niektóre zlecenia mogą być realizowane częściowo, przy czym każda transakcja dotyczy przynajmniej 1 MWh energii.

Można zauważyć, że reguły opisane powyżej są tożsame z regułami aukcji dwustronnej polegającej na tym, że oferty kupna i sprzedaży składane są z dwóch stron rynku. Dodatkowo widzimy, że handel na TGE ma charakter cykliczny.

3. AUKCYJNY MODEL HANDLU NA TGE

3.1. AUKCJE I ICH RODZAJE

Aukcja jest jedną z najstarszych form wymiany towarów i ma ona najczęściej charakter publicznej sprzedaży, w której nabywcą towaru jest kupujący oferujący najwyższą cenę. Biorąc pod uwagę różne modele aukcji nabywca niekoniecznie płaci tę najwyższą cenę. Przedmiotem handlu aukcyjnego są specyficzne i na ogół niejednorodne i niestandardowe towary, usługi oraz inne dobra. Unikalnymi towarami są, np. dzieła sztuki, antyki itp.; towary niejednorodne zwłaszcza pod względem jakości to chociażby ryby, tytoń, herbata itp. Istnieje kilka najbardziej rozpowszechnionych metod organizowania aukcji i przetargów. Najbardziej znaną jest aukcja angielska (ang. *English auction*), kojarzona zazwyczaj z licytacją, w ramach której uczestnicy zgłaszają oferty ustne, przy czym kolejne zgłoszenia opiewają na coraz to wyższe kwoty. Ta forma sprzedaży polega na wzajemnym przebijaniu ofert przez licytujących. Kończy się w chwili osiągnięcia takiej ceny, której żaden z uczestników nie jest w stanie podwyższyć. Wygrywa ten kupujący, którego oferta okazała się najwyższa. Jednakże ten rodzaj aukcji spełnia swoją rolę jedynie wówczas, gdy każdy uczestnik podwyższa swoje oferty co najwyżej do wysokości własnej wyceny licytowanego towaru. Wyceną jest maksymalna cena, którą za obiekt skłonny jest zapłacić kupujący. Przekroczenie wyceny własnej grozi stratą. W efekcie stosowania strategii licytacji towaru poniżej własnej wyceny zwycięzca zapłaci cenę zbliżoną do ceny rynkowej.

Drugim, pod względem znaczenia, rodzajem konkursu ofert jest przetarg pisemny (ang. *sealed-bid auction*), w ramach którego potencjalni nabywcy składają propozycje ofert na piśmie, na przykład w zapieczętowanych kopertach. Sprzedający dokonuje wyboru oferty najlepszej, a kupujący płaci cenę, którą zaproponował. Jest to, tak zwana, aukcja pierwszej ceny (ang. *first price sealed-bid auction*). Zawartość optymalnej oferty składanej przez kupującego zależy od kilku elementów. Najważniejszym z nich jest właściwa wycena dobra będącego przedmiotem przetargu. Wystawione na sprzedaż dobro kupuje ten, kto złożył ofertę najwyższą i płaci tyle ile zaoferował. Problemem jest złożenie optymalnej oferty, a więc takiej, która nie przekroczy wyceny wystawionego do sprzedaży obiektu. Przedstawienie optymalnej oferty zależy od wielu czynników, przede wszystkim od natężenia konkurencji. Przygotowanie takiej oferty jest klasycznym przykładem podejmowania decyzji w warunkach niepewności.

Inną formą przetargu pisemnego jest aukcja drugiej ceny (ang. *second price sealed-bid auction*), gdzie wybierana jest oferta najlepsza, ale cenę którą płaci kupujący jest drugą w kolejności od najwyższej. Ten rodzaj aukcji wymyślił w 1961 roku William Vickrey i opisał w pracy [12]. Wspomniana praca jest jedną z pierwszych, w której analizowane są i inne teoretyczne modele aukcji, w tym model aukcji asymetrycznej.

Kolejnym znanym rodzajem aukcji jest aukcja holenderka (ang. *Dutch auction*). W tym przypadku cena wystawianego na sprzedaż towaru jest sukcesywnie obniżana, aż do momentu, gdy znajdzie się nabywca. Zgodnie z regułami aukcji holenderskiej handlują, na przykład komisy. Nazwa: aukcja holenderska, pochodzi stąd, że w taki sposób sprzedawane są kwiaty w Holandii. Ten rodzaj alokacji dóbr wykorzystywany jest, zwłaszcza podczas sprzedaży szybko psujących się towarów.

Istnieje wiele kryteriów pozwalających na grupowanie różnych typów aukcji. I tak, ze względu na zasady dostępu aukcje można podzielić na zamknięte i publiczne. W aukcjach zamkniętych (ang. *non – public auctions*) uczestniczy ograniczona liczba osób zaproszonych. Aukcjach publiczne (ang. *public auctions*) są, z kolei, otwarte dla wszystkich zainteresowanych. Ze względu na formę realizacji i zawierania transakcji wyróżnia się aukcje ustne (ang. *oral auctions*) oraz aukcje pisemne (ang. *written auctions*). Podczas trwania aukcji ustnych oferty są anonsowane publicznie. Tak jest, np. w przypadku aukcji angielskiej lub holenderskiej. Aukcje pisemne zwane także niemym (ang. *silent auctions*) polegają na tym, że oferty są przekazywane licytatorom w formie pisemnej – aukcje pierwszej i drugiej ceny.

Teoria aukcji jest jedną z bardziej znanych dziedzin współczesnej teorii ekonomii. Reguły aukcyjne są w dalszym ciągu doskonałe i w związku z tym można obecnie wyróżnić wiele innych rodzajów aukcji. Oprócz wymienionych najbardziej znanymi są: aukcja udziałów (ang. *auction of shares*), aukcja dwustronna (ang. *double auction*) oraz aukcja wieloobiektowa (ang. *multiple-object auctions*). Aukcje wieloobiektowe stosuje się podczas sprzedaży wielu obiektów. Każdy stara się zmaksymalizować swoją funkcję użyteczności poprzez dobór właściwych towarów i trafne prognozowanie ich wycen. Dotyczy to zarówno sprzedających, jak i kupujących. Użyteczność ta jest funkcją zależną od indywidualnych wycen (ang. *private valuations*) poszczególnych uczestników aukcji. W ofercie kupna, oprócz proponowanej ceny, kupujący powinien uwzględnić ilość towaru, którą jest skłonny nabyć. Oferty takie są akceptowane bądź też nie, zgodnie z jasno określonymi procedurami. Jedną z takich przykładowych procedur polega na tym, że każdy z kupujących biorących udział w aukcji wieloobiektowej ogłasza, którym z wystawionych na sprzedaż obiektów jest zainteresowany. Prowadzący aukcję sonduje zapotrzebowanie, po czym, jeśli ocenia je zadowalająco podwyższa cenę każdego z towarów powiedzmy o jednostkę. Ponownie sonduje popyt, na przykład pytając kupców czy w dalszym ciągu zainteresowani są kupnem towarów po aktualnej cenie. Następnie ponownie ogłasza, które z towarów w dalszym ciągu będą licytowane. Znowu podwyższa cenę, po czym procedura się powtarza. Czyni tak aż do momentu, gdy nie będzie nikogo, kto będzie w stanie zapłacić więcej. W przypadku ustalania ceny transakcji zarówno na giełdach towarowych, jak i towarowo-pieniężnych wykorzystywane są reguły aukcji dwustronnych. Jest to rodzaj aukcji, który w ostatnich latach znalazł się w kręgu zainteresowań coraz większej liczby badaczy. Warto dodać, że wielu z nich uważa, iż reguły aukcyjne są tożsame z regułami gry, a zatem aukcję można traktować jako grę, zaś jej uczestników jako graczy, których celem jest najkorzystniejsze nabycie (lub też sprzedaż – w przypadku aukcji dwustronnej – określonego towaru).

3.2. AUKCJE DWUSTRONNE

Aukcja dwustronna charakteryzuje się tym, że oferty składane są z dwóch stron rynku – zarówno ze strony kupujących, jak i sprzedających. W sensie teorii gier zarówno kupujący, jak i sprzedający są graczami. Ten sposób handlu jest charakterystyczny dla giełd towarowych oraz niektórych rynków finansowych. Na podstawie składanych ofert ustalane są dwie funkcje: popytu i podaży. Ich „przecięcie” wyznacza cenę jednostkową towaru oraz jego ilość przeznaczoną do alokacji. Przykładem może być ustalanie, tak zwanej, ceny otwarcia wielu walorów na giełdach papierów wartościowych i towarów na podstawie bieżących propozycji kupna i ofert sprzedaży. W tym przypadku mamy do czynienia ze statyczną wersją aukcji dwustronnej. Wymiana może odbywać się cyklicznie, a transakcje mogą być prowadzone w określonych momentach czasu. Cykle mogą się powtarzać.

W praktyce jeszcze częściej wykorzystywana jest dynamiczna wersja aukcji dwustronnej. Jej reguły są stosowane wówczas, gdy oferty kupna i sprzedaży wpływają sekwencyjnie, a cena może być ustalana na bieżąco pomiędzy poszczególnymi kontrahentami. W tym przypadku, na ogół, potencjalni kupujący i sprzedający reprezentowani są przez brokerów, którzy licytują się wzajemnie w ich imieniu, w godzinach pracy giełdy. Transakcje zawierane są w momencie, gdy obie strony dogadają się.

Interesującym przykładem zastosowań aukcji dwustronnej jest rynek pracy. W tym przypadku oferty składają zarówno pracodawcy, jak i potencjalni pracownicy. Pracodawcy to kupujący kandydaci na pracowników to odpowiednio sprzedający. Z transakcją mamy oczywiście do czynienia wówczas, gdy obie strony dogadają się i kandydat na pracownika zostanie przyjęty na określonych warunkach do firmy. Ceną transakcji jest umowa oraz ewentualne bonusy wynikające z jej zawarcia, a z drugiej strony, zakres obowiązków wynikający z podjęcia określonej pracy.

Badania nad modelem aukcji dwustronnej prowadzone są od czterech dziesięcioleci. Badał je, między innymi, laureat Nagrody Nobla z 2002 roku Vernon L. Smith. Interesowały go reakcje uczestników wymiany, na zasadach aukcji dwustronnych, na wszelkiego rodzaju bodźce zewnętrzne. Wraz ze współpracownikami przeprowadzał symulacje transakcji rynkowych [9], [10]. Kolejnym wartym odnotowania badaczem aukcji dwustronnych jest R. Wilson [14]. Podał warunki konieczne, ale niedostateczne, na istnienie strategii w równowadze dla aukcji dwustronnej traktowanej jako pewien rodzaj gry dynamicznej z niepełną informacją. Idea osiągnięcia równowagi zaproponowana przez Wilsona polegała, między innymi, na tym, że wyceny kupujących i sprzedających ustawia się w pewnym porządku, po czym „przyporządkowuje” się kupcowi z najwyższą wyceną sprzedającego z najniższym kosztem (wyceną). Podobne przyporządkowanie czynione jest w stosunku do pozostałych handlowców: kupujący, który złożył drugą w kolejności od najwyższej ofertę przyporządkowany jest sprzedającemu o drugim w kolejności od najniższych wycenie, itd. Tego typu uporządkowanie gwarantuje równowagę. Wilson zauważył, że wraz ze wzrostem liczby handlowców rośnie efektywność aukcji, a ceny, w tym przypadku, dążą do rzeczywistych cen rynkowych. Nie określił on jednak w jednoznaczny sposób strategii równowagi. Podał jedynie w sposób indukcyjny kilka kroków algorytmu, który mógłby być pomocny przy konstrukcji strategii licytacji.

Inni badacze również rozstrzygali problem ustalania ceny transakcji dla mechanizmu aukcji dwustronnej traktując ją jako grę z niekompletną informacją powtarzaną wielokrotnie. W 1998 roku Gjerstad i Dickhaut w pracy [1], doszli do wniosku, że w sytuacjach rzeczywistych cenę równowagi najlepiej ustala rynek. W tym samym roku ukazała się książka A. Sadrieha [8], w której autor zaprezentował interesujący model aukcji dwustronnej rozumianej jako gra. Model ten zostanie wykorzystany w dalszych rozważaniach. Obecnie aukcje traktowane są jako gry bayesowskie¹ [13].

3.3. TEORETYCZNY MODEL AUKCJI DWUSTRONNEJ ROZGRYWANEJ CYKLICZNIE

Przyjmuje się, że aukcja dwustronna jest pewną formą wymiany, w której uczestniczy wielu kupujących i sprzedających. Niech $I = \{1, \dots, n\}$ oznacza zbiór graczy – uczestników aukcji. Zbiór I dzielimy na dwa rozłączne podzbiory: n_B – elementowy zbiór kupujących I_B oraz n_S – elementowy zbiór sprzedających I_S ($I = I_B \cup I_S$; $n = n_B + n_S$). W przypadku TGE zarówno kupujący, jak i sprzedający powinni mieć status członka giełdy albo być reprezentowani przez brokerów.

Przez $i \in I_B$ ($i = 1, \dots, n_B$) oznaczmy i -tego kupującego, przez $j \in I_S$ ($j = n_B + 1, \dots, n_S$) j -tego sprzedającego. Załóżmy, że na aukcji handluje się $q > 0$ towarami (mogą to być również jednostki określonego towaru). Każdy z kupujących jest skłonny zapłacić maksymalnie v_{ik} jednostek monetarnych za jednostkę k -tego towaru ($k = 1, \dots, q$). Innymi słowy, v_{ik} jest wyceną i -tego kupującego za jednostkę towaru k . Każdemu sprzedającemu przyporządkowane są koszty jednostkowe, odpowiadające kwotom, które chcą uzyskać sprzedawcy za jednostkę poszczególnych dóbr c_{jk} ($j = n_B + 1, \dots, n_S$). W dalszym ciągu wielkości te będziemy nazywali wycenami sprzedawców. Wyceny kupujących i sprzedających są liczbami nieujemnymi.

Kupujący i -ty ($i = 1, \dots, n_B$) chcąc nabyć towar k -ty ($k = 1, \dots, q$) przedkłada ofertę b_{ik} , która powinna być niższa od jego wyceny. Sprzedający j -ty ($j = n_B + 1, \dots, n_S$) przedkłada ofertę sprzedaży a_{jk} . Załóżmy, że kupujący i sprzedający doszli do porozumienia i zawarto transakcję uzgadniając cenę jednostki towaru na p . Wypłatę kupującego wyrażamy za pomocą wzoru:

$$\pi_{ik} = v_{ik} - p \quad (i = 1, \dots, n_B; k = 1, \dots, q), \quad (1)$$

gdzie:

π_{ik} jest wypłatą i -tego kupującego nabywającego towar (udział) k -ty,

p oznacza cenę transakcji,

v_{ik} jest wyceną i -tego kupującego odnoszącą się do jednostki k -tego towaru.

¹ Gry bayesowskie, podobnie jak gry w tradycyjnym tego słowa znaczeniu, w uproszczeniu składają się z następujących elementów: graczy – w przypadku aukcji dwustronnych są to kupujący i sprzedający, reguł – sposoby licytacji – oraz wypłat. Gracze stosują określone, ale zgodne z regułami gry, strategie. W przypadku aukcji są to oferty. W odróżnieniu od gier tradycyjnych gry bayesowskie charakteryzują się tym, że wypłaty zależą nie tylko od strategii graczy, ale również nieznanego parametru, który można utożsamiać ze stanem natury (zob. [3], s. 23 i odnośniki do literatury w cytowanej pracy). Gry takie rozwiązują się w nieco odmienny sposób niż tradycyjne. Definiuje się typy graczy i dla tych typów rozwiązuje się grę (określa równowagę).

Wypłata jest równa różnicy pomiędzy wyceną i -tego kupującego odnoszącą się do k -tego towaru, a ceną transakcji. Wypłata sprzedającego jest równa różnicy pomiędzy ceną transakcji, a jego wyceną, co wyraża się za pomocą wzoru:

$$\pi_{jk} = p - c_{jh} \quad (j = n_B + 1, \dots, n; k = 1, \dots, q). \quad (2)$$

W trakcie licytacji nie wszystkie oferty są jednak brane pod uwagę i w związku z tym należy jasno określić cechy tych, które możemy uznać za dobre.

Cechy dobrej oferty

1) Oferta nie powinna przynosić strat (ang. *no-loss*), co oznacza, że wypłaty zarówno kupujących, jak i sprzedających nie powinny być ujemne; kupujący składają oferty mniejsze lub równe od ich wycen; sprzedający odwrotnie – większe lub równe.

2) Oferta nie powinna stwarzać komplikacji (ang. *no-crossing*) – wypłaty powinny być większe od tych, które uczestnicy aukcji mogliby uzyskać na wolnym rynku bez konieczności brania udziału w aukcji; oferta kupującego powinna być mniejsza lub równa od aktualnej rynkowej ceny sprzedaży; oferta sprzedającego musi być większa lub równa od aktualnej rynkowej ceny kupna.

3) Oferta powinna zmniejszać rozpiętość pomiędzy cenami kupna i sprzedaży (ang. *ask-bid-spread-reduction*); oferty powinny być składane poniżej ceny rynkowej.

Wykorzystując opisany model został skonstruowany algorytm stochastyczny pozwalający na prognozowanie ceny transakcji dla aukcji dwustronnej ([3], [4]).

4. ALGORYTM PROGNOZOWANIA CENY TRANSAKCJI DLA AUKCJI DWUSTRONNEJ

4.1. ALGORYTM I OBLICZENIA

Zakładamy, że aukcja ma charakter cykliczny, a czas trwania cyklu jest zmienną losową. Zakładamy, że handlowcy przedkładają swoje oferty dotyczące obiektu k ($k = 1, \dots, q$) w trakcie trwania pojedynczego cyklu z , przy czym τ_z jest czasem trwania tego cyklu. Tak więc zgodnie z dotychczas przyjmowanymi oznaczeniami zakładamy, że i -ty ($i = 1, \dots, n_B$) kupujący składa ofertę $b_t(p_i)$ zaś j -ty ($j = n_B + 1, \dots, n_s$) sprzedający ofertę $a_t(p_j)$, gdzie p_i jest proponowaną ceną, b_t , a_t oznaczają liczbę jednostek towaru (jednostek energii), które zamierzają nabyć kupujący lub sprzedać sprzedający w momencie t . Oferta oprócz ceny zawiera liczbę jednostek towaru, który sprzedający zamierza sprzedać, kupujący zaś nabyć. Ich oferty są ważne jeżeli spełniają warunki tzw. dobrej oferty opisane powyżej. Dla potrzeb algorytmu, w dalszych rozważaniach wykorzystane zostaną następujące założenia.

Z1. Ceny p_i oraz p_j podane w ofercie spełniają następujący warunek:

$$p_i, p_j \in [\underline{p}, \bar{p}] \quad (3)$$

gdzie \underline{p} jest minimalną ceną akceptowaną przez organizatorów danej aukcji, \bar{p} zaś maksymalną.

Z2. Popyt przewyższa podaż, co formalnie zapisujemy jako:

$$\sum_{t=1}^{\tau_z} \sum_{i=1}^{n_B} b_t(p_i) 1_{\{p_i \in [L, \bar{p}]\}} \leq \sum_{t=1}^{\tau_z} \sum_{j=n_B+1}^n a_t(p_j) 1_{\{p_j \in [L, \bar{p}]\}}. \quad (4)$$

gdzie:

$1_{\{ \}}$ jest indykatorem zdarzenia,

p_i jest ceną jednostki towaru (jednostki energii) proponowaną przez i -tego gracza ($i = 1, \dots, n$),

b_t jest liczbą jednostek towaru, które i -ty kupujący zamierza nabyć,

a_t jest liczbą jednostek towaru, które j -ty sprzedający zamierza sprzedać.

Stochastyczny algorytm wyznaczania ceny transakcji p^* .

1) Sprawdzamy, czy spełnione są warunki (3) i (4). Jeżeli spełnione nie są to transakcja nie dochodzi do skutku.

2) Wybieramy maksymalną i minimalną ilość towaru, jaką zamierzają kupić/sprzedać gracze

$$c_{\min} = \min\{b_1, \dots, b_{n_B}, a_{n_B+1}, \dots, a_{n_B+n_S-1}, a_n\},$$

$$c_{\max} = \max\{b_1, \dots, b_{n_B}, a_{n_B+1}, \dots, a_{n_B+n_S-1}, a_n\},$$

$$b_i = \sum_{t=1}^{\tau_z} b_{it}, \quad b_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n_B,$$

$$a_j = \sum_{t=1}^{\tau_z} a_{jt}, \quad a_j \geq 0, \quad j = n_B + 1, \dots, (n_B + n_S - 1), n,$$

3) Wyznaczamy prostokąt $D \subset \mathfrak{R}^2$ (\mathfrak{R}^2 oznacza płaszczyznę), którego wierzchołkami są punkty $(c_{\min}, \underline{p})$, (c_{\min}, \bar{p}) , $(c_{\max}, \underline{p})$, (c_{\max}, \bar{p}) .

4) Za pomocą generatora liczb losowych generujemy losową liczbę punktów M_0 ($M_0 \leq 10000$) oraz liczbę iteracji k ($k \leq 100$). Punkty te powinny znajdować się wewnątrz prostokąta D , to znaczy $d_m(c_m, p_m) \in D$ ($m = 1, \dots, M_0$).

Punkty numerujemy w kolejności losowania.

a) Na początek przyjmujemy, $n := 1$. Dla każdego punktu d_m ($m = 1, \dots, M_{n-1}$) określamy „obszar przyciągania”

$$U(d_m, \varepsilon_n) = \sqrt{(\bar{p} - \underline{p})^2 + (c_{\max} - c_{\min})^2} \cdot \frac{\ln(n+1)}{n}. \quad (5)$$

Jeżeli w obszarze przyciągania znajduje się pewna liczba ofert kupna b_i i sprzedaży a_j , tj.

$$\exists_{i \in I_B} b_{it} \in U(d_m, \varepsilon_n) \quad (i = 1, \dots, n_B)$$

$$\exists_{j \in I_S} a_{jt} \in U(d_m, \varepsilon_n) \quad (j = n_B + 1, \dots, n)$$

to punkty te będą brane pod uwagę przy ustalaniu prognozowanej ceny transakcji. Zliczamy te punkty i przyjmujemy, że ich liczba wynosi M_n . Pozostałe punkty odrzucamy.

b) Przechodzimy do następnej iteracji $n := n + 1$. Punkty $d_m(c_m, p_m)$ ($m = 1, \dots, M_{n-1}$) „otaczamy” zbiorem $U(d_m, \varepsilon_n)$ o coraz mniejszym promieniu podobnie jak to miało miejsce w punkcie 4a.

c) Powtarzamy 4b do momentu gdy $M_n = 0$ jeżeli $n < k$ lub k razy jeżeli okaże się, że $M_n > 0$.

– Jeżeli $M_n = 1$ ($n < k$) to szukany punktem jest ten który pozostał: $d_{M_n}(c_{M_n}, p_{M_n})$, zaś ceną transakcji będzie druga współrzędna tego punktu $p^* = p_{M_n}$.

– Jeżeli $M_n > 1$ oraz wykonaliśmy k - iteracji (k - krotnie został zmniejszony promień zbioru przyciągania) to spośród M_n pozostałych punktów wybieramy ten, który podczas pierwszej iteracji zawierał w obszarze przyciągania największą liczbę ofert kupna i sprzedaży. Przyjmijmy, że jest to punkt $d_{m_0}(c_{m_0}, p_{m_0})$. W pierwszej kolejności pod uwagę brane są oferty, które w trakcie trwania cyklu, najwcześniej zostały przedłożone. Ceną równowagi będzie druga współrzędna tego punktu $p^* = p_{m_0}$.

Powyższy algorytm należy do klasy algorytmów stochastycznych i jego zaletą jest to, że nie wymaga on znajomości wycen graczy, ani też ich rozkładów tychże wycen. Jego idea opiera się na identyfikacji punktu na płaszczyźnie, którego jedną ze współrzędnych jest właśnie cena transakcji.

W tabeli 1 zostały pokazane wyniki przykładowej aukcji z dnia 12.01.2010 dla danych pochodzących z TGE (rynek dnia następnego). Tabela 1 zawiera rzeczywistą cenę transakcji oraz ceny teoretyczne wyliczoną za pomocą algorytmu oraz generatora liczb losowych, a także błędy obliczeń.

Zaprezentowana metoda prognozowania dla aukcji dwustronnej różni się od klasycznych metod prognozowania. Nie można bowiem powiedzieć, że szereg czasowy złożony z cen wygenerowanych podczas licytacji jest dobrze opisany i można go wykorzystać do budowy modelu ekonometrycznego, stanowiącego podstawę sporządzania prognozy. Heurystyczne metody prognozowania również zawodzą, ponieważ licytacja trwa na ogół krótko i bardzo często ma charakter dynamiczny. Ze względu na stochastyczny charakter testowanego algorytmu do porównań została wybrana metoda prognozowania ceny transakcji za pomocą generatora liczb losowych. Cena wybierana jest losowo z przedziału $[\underline{p}, \bar{p}]$, gdzie \underline{p} jest ceną minimalną w konkretnym cyklu, zaś \bar{p} jest ceną maksymalną.

Procentowe błędy prognozowanych cen transakcji dla jednej doby notowań z TGE przedstawiono w tabeli 1. Błędy liczone były w następujący sposób

$$\hat{\varepsilon} = \frac{|\hat{p}_i - p_i|}{p_i},$$

gdzie \hat{p}_i oznacza prognozowaną cenę transakcji, p_i jest ceną rzeczywistą (obie ceny dotyczą i -tego cyklu).

Tabela 1

Ceny transakcji rzeczywiste i prognozowane obliczane za pomocą algorytmu oraz generatora liczb losowych dla danych pochodzących z TGE (rynek dnia następnego) z dnia 12.01.2010

Cykl (godzina)	Średnia rzeczywista cena transakcji jednostki energii elektrycznej PLN\MWh	Prognozowana teoretyczna cena transakcji jednostki energii elektrycznej PLN\MWh	Prognozowana cena transakcji obliczona za pomocą generatora liczb losowych PLN\MWh	Procentowy względny błąd prognozy pomiędzy rzeczywistą ceną transakcji, a ceną obliczoną za pomocą generatora liczb losowych (w %)	Procentowy względny błąd prognozy pomiędzy rzeczywistą ceną transakcji, a ceną obliczoną za pomocą algorytmu (w %)
1	169,02	174	178,01	2,95	5,32
2	163,68	161	168,03	1,64	2,66
3	158,68	161	152,23	1,47	4,07
4	159,35	163	149,98	2,3	5,88
5	162,38	169	172,44	4,08	6,2
6	170,69	174	184,78	1,94	8,25
7	191,74	173	198,16	9,8	3,35
8	183,65	186	188,22	1,28	2,49
9	202,98	199	166,12	1,96	18,16
10	217,02	214	210,11	1,4	3,18
11	218,18	222	234,44	1,75	7,45
12	222,69	231	205,68	3,73	7,64
13	221,84	216	234,28	2,63	5,61
14	222,45	225	212,03	1,15	4,68
15	217,2	220	222,05	1,23	2,23

cd. tabeli 1

Cykl (godzina)	Średnia rzeczywista cena transakcji jednostki energii elektrycznej PLN/MWh	Prognoszowana teoretyczna cena transakcji jednostki energii elektrycznej PLN/MWh	Prognoszowana cena transakcji obliczona za pomocą generatora liczb losowych PLN/MWh	Procentowy względny błąd prognozy pomiędzy rzeczywistą ceną transakcji, a ceną transakcji obliczoną za pomocą generatora liczb losowych (w %)	Procentowy względny błąd prognozy pomiędzy rzeczywistą ceną transakcji, a ceną transakcji obliczoną za pomocą algorytmu (w %)
16	216,09	221	220,06	2,27	1,84
17	275,76	280	280,07	1,54	1,56
18	298,58	302	290,12	1,15	2,83
19	286,45	294	276,08	2,6	3,62
20	275,3	282	288,05	2,4	4,63
21	223,15	224	240,44	0,38	7,75
22	165,63	168	170,02	1,43	2,65
23	205,86	210	208,06	2,01	1,07
24	178,07	180	198,16	1,08	11,28

Źródło: opracowanie własne.

Średni procentowy błąd prognozy w przypadku algorytmu wynosi: 2,26, w przypadku generatora liczb losowych: 5,18. Różnica między wymienionymi wartościami jest znacząca.

W celu porównania porównanie jakości dwóch reguł prognozowania cen transakcji \hat{p}_t oraz \tilde{p}_t mające na celu stwierdzenie ich równoważności, ewentualnie istotnych różnic między nimi lub wskazanie lepszej ewentualnie gorszej, wymaga zastosowania testu równoważności procedur \hat{p}_t i \tilde{p}_t . Hipotezę zerową o równoważności procedur \hat{p}_t i \tilde{p}_t możemy przedstawić w postaci

$$H_0: P(\hat{\varepsilon}_t > \tilde{\varepsilon}_t) = P(\hat{\varepsilon}_t < \tilde{\varepsilon}_t) = 0.5.$$

Hipotezę H_0 można testować przeciwko nierównoważności procedur

$$H_1: P(\hat{\varepsilon}_t > \tilde{\varepsilon}_t) \neq P(\hat{\varepsilon}_t < \tilde{\varepsilon}_t).$$

Hipotezą alternatywną może być również hipoteza $H_2: P(\hat{\varepsilon}_t > \tilde{\varepsilon}_t) < 0.5$, która mówi, że prognoza \hat{p}_t jest lepsza od \tilde{p}_t , a także $H_3: P(\hat{\varepsilon}_t > \tilde{\varepsilon}_t) > 0.5$, która mówi, że prognoza \hat{p}_t jest gorsza od \tilde{p}_t . Do testowania powyższych wariantów hipotez stosuje się test znaków, test Wilcoxon, test Walsha. W każdym z wymienionych testów zakłada się, że pary błędów $(\hat{\varepsilon}_1, \tilde{\varepsilon}_1), (\hat{\varepsilon}_2, \tilde{\varepsilon}_2), \dots, (\hat{\varepsilon}_t, \tilde{\varepsilon}_t)$ tworzą ciąg niezależnych zmiennych losowych dwuwymiarowych o jednakowych rozkładach. Zaletą powyższych testów jest to, że można je stosować do bardzo małych prób.

Przeprowadzony zostanie test Wilcoxon ([6], s. 123). Ponownie do badań zostaną użyte dane zaprezentowane w tabeli 1. Porównane zostaną obliczenia wynikające ze stosowania algorytmu (x) oraz generatora liczb losowych (y). W tym celu procentowe błędy obliczeń dla obydwu metod zostały ustawione w kolejności od najmniejszego do największego:

0,38	1,07	1,08	1,15	1,15	1,23	1,28	1,4	1,43	1,47	1,54	1,56	1,64	1,75
x	y	x	x	x	x	x	x	x	x	x	y	x	x
1,84	1,94	1,96	2,01	2,23	2,27	2,3	2,4	2,49	2,6	2,63	2,65	2,66	2,83
y	x	x	x	y	x	x	x	y	x	x	y	y	y
2,95	3,18	3,35	3,62	3,73	4,07	4,08	4,63	4,68	5,32	5,61	5,88	6,2	7,45
x	y	y	y	x	y	x	y	y	y	y	y	y	y
7,64	7,75	8,25	9,8	11,28	18,16								
y	y	y	x	y	y								

Statystyka testowa U wynosi 479 (zob. [6]). Autorzy pracy [6] podają, że w przy-

padku dużych licznosci U ma rozkład $N\left(\frac{1}{2}n_1n_2, \sqrt{\frac{n_1n_2(n_1+n_2+1)}{12}}\right)$ przy czym przybliżenie jest dokładne gdy licznosci prób n_1 i n_2 spełniają $n_1, n_2 > 3$ i $n_1 + n_2 \geq 20$. W związku z tym można przyjąć, że $N(288; 95,05)$. Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ obszarem krytycznym jest: $\langle 0; 192,95 \rangle \cup \langle 383,05; 576 \rangle$. Obliczona statystyka $U = 479$

mieści się w tym przedziale, a zatem procedury \hat{p}_t i \tilde{p}_t nie są równoważne. Dodatkowo można wysnuć wniosek, że \hat{p}_t jest lepsza od \tilde{p}_t , bo $\langle \hat{\varepsilon}_t \rangle < \langle \tilde{\varepsilon}_t \rangle$, gdzie: $\langle \cdot \rangle$ jest symbolem średniej.

4.2. WNIOSKI

Algorytm zaprezentowany w pracy jest algorytmem stochastycznym i jego niewątpliwą zaletą jest to, że nie wymaga on znajomości wycen licytowanego towaru dla poszczególnych uczestników aukcji ani też rozkładów tychże wycen. Jego idea polega na identyfikacji punktu na płaszczyźnie, przy czym jedną ze współrzędnych jest cena transakcji. W pracach [2], [3] oraz [7] był on testowany dla danych z WGT S.A. (Warszawska Giełda Towarowa). Rozważane były różne obszary przyciągania. Wyniki prezentowane we wszystkich cytowanych pracach, a także w niniejszej potwierdzają, że algorytm jest dobrym narzędziem służącym do identyfikacji ceny transakcji w przypadku aukcji dwustronnej. Algorytm jest zbiorem kroków, które kolejno wykonane prowadzą do identyfikacji takiego obszaru przyciągania, o możliwie najmniejszym promieniu, który zawiera jak najwięcej ofert i wyboru spośród tychże ofert najlepszej. Badania potwierdziły efektywność tego algorytmu.

Z drugiej strony zostało pokazane, że procedury handlu na TGE zostały tak opracowane, że pasują do reguł aukcji dwustronnej. Reguły aukcji dwustronnych stanowią bardzo interesujący mechanizm służący do alokacji różnorodnych dóbr i pieniędzy pośród wielu kupujących i sprzedających. Mechanizm ten generuje bowiem w miarę „sprawiedliwą” alokację dóbr i pieniędzy pomiędzy wszystkich uczestników konkretnego rynku. Reguły aukcji dwustronnych stosowane są w praktyce coraz częściej, głównie dzięki zainteresowaniu rynków kapitałowych.

5. DODATEK

Fragment programu napisanego w Pascalu (Delphi) ilustrujący obliczenia związane z tworzeniem obszarów przyciągania, w których zliczane będą oferty kupna i sprzedaży został zaprezentowany poniżej

```
begin
  clrscr;
  ile_buy:=zpliku(buy_plik,buy_tab); }
  ile_sell:=zpliku(sell_plik,sell_tab);
  for i:=1 to ile_sell do
  begin
  writeln(' ',i,' ',sell_tab[i,1]:2:0,' ',sell_tab[i,2]:2:2);
  if i mod 23 = 0 then
  end;
  if (odp='n') OR (odp='N') then war13exit;
  clrscr;
```

```

suma_buy:=war13pocz(ile_buy,buy_tab);
suma_sell:=war13pocz(ile_sell,sell_tab);
{if suma_buy>suma_sell then war13exit;}
ustaw_wierzchołki_prostokata;
max_dyst:=sqrt(sqr(p_max-p_0)+sqr(c_max-c_min));
for i:=1 to k do
begin
k_indeksy[i]:=exp((1+i/(i+1))*ln(1/i));
end;
obszar_przyciagania[1]:=(ln(k_indeksy[1]+1)/k_indeksy[1])*max_dyst;
for i:=2 to k do
begin
sumka:=0;
for j:=1 to i do sumka:=sumka+k_indeksy[j];
nawias:=(5/6-sumka/3);
obszar_przyciagania[i]:=max_dyst*(ln(i+1)/(i+1));
end; {obszary przyciagania obliczone.}

```

Politechnika Warszawska

LITERATURA

- [1] Dickhaut J., Gjerstad S., [1998], *Price formation in double auction*, „Games and Economic Behaviour”, 22, pp. 1-29.
- [2] Drabik E., [2007], *Aukcje w teorii i praktyce*, Wydawnictwo SGGW w Warszawie.
- [3] Drabik E., [2006], Eksperymentalne wyznaczenie ceny transakcji dla aukcji dwustronnej na podstawie danych z WGT S.A., „Przegląd Statystyczny”, 4 (53), 7-24.
- [4] Drabik E., [2000], *Zastosowania Teorii Gier do Inwestowania w Papiery Wartościowe*, Wydawnictwo Uniwersytetu w Białymstoku, Białystok.
- [5] Drabik E., [1999], *Aukcje jako gry*, „Przegląd Statystyczny”, 4 (46), 449-467.
- [6] Krysicki K., Bartos J., Dyczka W., Królikowska K., Wasilewski M., [1994], *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach. Cz. II. Statystyka matematyczna*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- [7] Majewska E., [2006], *Wykorzystanie reguł aukcyjnych do alokacji dóbr na przykładzie Warszawskiej Giełdy Towarowej*, praca doktorska, SGGW, Warszawa.
- [8] Sadrach A., [1998], *The Alternating Double Auction Market. A Game Theoretic and Experimental Investigation*, Springer –Verlag, Berlin Heidelberg.
- [9] Smith V.L., [1982], *Microeconomic systems as experimental science*, „American Economic Review”, 72, 923-955.
- [10] Smith V.L., Williams A.W., Bratton W.K., Vannoni M.O., [1982], *Competitive market institutions: double auctions vs. sealed bid-offers auctions*, „The American Economic Review”, Vol. 72, No. 1, 58-77.
- [11] „Szczegółowe zasady obrotu i rozliczeń dla energii elektrycznej na Rynku Dnia Następnego z dnia 29.09.2009”, www.polpx.pl
- [12] Vickrey W., [1961], *Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders*, „Journal of Finance”, 16, 8-37.
- [13] Wolfstetter E., [1996], *Auctions in introduction*, „Journal of Economic Surveys”, 10, 367-420.
- [14] Wilson R., [1992], *Strategic analysis of auctions*, [in:], Aumann R.J., Hart S. (eds), *Handbook of Game Theory and Applications*, Vol. 1, 228-279, North-Holland, Amsterdam London New York Tokyo.

[15] Xia M., Stallaert J., Whinston A.B., [2004], *Solving the combinatorial double auction problem*, „European Journal of Operational Research”, Article in press, www.sciencedirect.com, 1-13.

[16] www.polpx.pl

[17] www.tge.pl

Praca wpłynęła do redakcji w czerwcu 2010 r.

WYKORZYSTANIE REGUŁ AUKCYJNYCH DO HANDLU ENERGIĄ W POLSCE

Streszczenie

Rynek energii w Polsce nabrał charakteru konkurencyjnego w końcu lat 90. XX wieku. Wówczas to w większości krajów europejskich uchwalono nowe prawo (w Polsce w 1997 r.), które umożliwiło tworzenie wewnętrznych rynków energii elektrycznej. Pod koniec 1999 r. powstała w Polsce Towarowa Giełda Energii Elektrycznej (TGE), która niemalże od początku swego istnienia spełniała m.in. rolę mechanizmu rynkowego służącego do wyznaczania obiektywnej ceny energii.

Jako pierwszy na TGE uruchomiony został rynek „spot” (kasowy) energii elektrycznej, na którym ceny ustalane są na zasadzie reguł aukcji dwustronnej. Aukcja dwustronna jest taką formą wymiany towarów i pieniędzy, podczas której oferty składane są zarówno przez kupujących, jak i sprzedających. W każdej ofercie oprócz ceny podawana jest ilość towaru, którą kontrahenci zamierzają nabyć lub sprzedać.

Badania oraz eksperymenty symulacyjne dotyczące funkcjonowania aukcji dwustronnych prowadzone są na szeroka skalę. Zapoczątkował je w latach 60. XX wieku, późniejszy laureat Nagrody Nobla, Vernon L. Smith. Próby modelowania mechanizmów aukcji dwustronnej oraz zachowań jej uczestników podejmowało wielu autorów, takich jak: Wilson (1987), Friedman (1991), Easley i Ledyard (1993), Gjestad i Dichaut (1998), Sadierih (1998) oraz Xia, Stallaert, Whinston (2004). Celem pracy jest dopasowanie jednego z istniejących modeli aukcji dwustronnej do opisu funkcjonowania TGE. Do tego celu zostanie wykorzystany model Sadieriha, który dobrze oddaje reguły aukcyjne. Zostanie również zaprezentowany algorytm wyznaczania ceny transakcji dla aukcji dwustronnych (Drabik 1999), przy czym wyniki działania tego algorytmu zostaną porównane z rzeczywistymi cenami transakcji, które zostały odnotowane na TGE.

Słowa kluczowe: aukcja dwustronna, prognozowanie ceny transakcji, rynek energii

APPLICATION OF AUCTION RULES ON THE POLISH POWER EXCHANGE

Summary

The Polish energy market gained its competitive character in late 1990s. At that time in majority of European countries a new law was enacted (in Poland – in 1987), which enabled the creation of internal energy markets. The Polish Power Exchange has been functioning since the end of 1999. However, from the very onset it has constituted a vital component of under grounding liberalization of electricity market. Since it was created the Polish Power Exchange has served as a market mechanism for setting objective energy market price. Support and control of the Polish Financial Supervision Authority guarantee the security of concluded transactions.

The spot energy market was created as the first one and has functioned according to the rule of the double auction. Double auction are a form of money and goods exchange, during which the bids are made by purchases as well as by sellers. Besides the price, each bid discloses the amount of ware which is to be purchased by contracting parties. The rules of the double auctions, as well as of other auction types, are comparable to the rules of a game. The double auction is one of the most common exchange institution,

used extensively in stock markets, commodity markets and in markets for financial instruments, including options and futures.

Searches and simulation experiments pertaining to the functioning of the double auctions have been conducted on a wide scale. They were initiated in the 60s and 70s in the twentieth century by the Vernon L. Smith. Many authors such as: Wilson (1987), Friedman (1991), Gode and Sunder (1993), Gjerstad and Dickhaut (1998), Sadrieh (1998), Xia, Stallaert, Whinston (2004) attempted to construct models of behavior of double auction participants. Although these models have furthered understanding of the interaction of individual behavior and institution in the double auction. The model of Sadrieh will be used for description of the auction rules applied to the spot energy trade on the Polish Power Exchange. Furthermore, an algorithm on the basis of which it is possible to forecast transaction prices is presented. The effectiveness of this algorithm will be compared with other traditional methods of forecasting transaction prices.

Key words: double auction, to forecast transaction price, energy market