

ANNA ZAMOJSKA

ZASTOSOWANIE METODY DEA W KLASYFIKACJI FUNDUSZY INWESTYCYJNYCH

1. WSTĘP

Analiza i ocena wyników osiąganych przez fundusze inwestycyjne jest jednym z podstawowych etapów w procesie oceny efektywności zarządzania portfelem inwestycyjnym funduszu. Jedno z najstarszych, obecnie stosowanych podejść do oceny efektywności oparte jest na następujących wskaźnikach: Jensena [4], Sharpe'a [12] i Treynora [13]. Wskaźniki te liczone są w oparciu o wyniki estymacji Modelu Wyceny Aktywów Kapitałowych (CAPM). Nie zawsze istnieje możliwość ich pełnej interpretacji, co wynika z faktu, iż podstawową wadą wymienionych wskaźników jest trudność spełnienia bardzo rygorystycznych założeń modelu CAPM odnośnie struktury rynku walorów oraz postaci rozkładu ich stóp zwrotu. Najstarsze, klasyczne podejście do mierzenia efektywności zarządzania portfelem inwestycji funduszu, wykorzystuje zazwyczaj takie elementy, jak stopa zwrotu i ryzyko. Doświadczenia ostatnich lat pokazują jednak, że te dwa parametry są niewystarczające, jeśli chcemy porównać między sobą wyniki osiągane przez poszczególne fundusze funkcjonujące na rynku. Jednym z istotnych elementów, który należy uwzględnić to koszty, jakie ponoszone są w związku z uczestnictwem w danym funduszu i tym samym mają wpływ na poziom zysków osiąganych przez inwestorów. Nawet niewielka różnica w zysku netto osiąganym w krótkim okresie czasu, prowadzi do bardzo dużych różnic w łącznym zysku netto w długim okresie czasu. W 1997 r. Murthi i in. zaproponowali metodę Data Envelopment Analysis w skrócie DEA¹ do oceny wyników osiąganych przez fundusze [5]. Za pomocą metody DEA określany jest poziom efektywności funduszu względem innych funduszy z badanej próby.

Artykuł prezentuje zastosowanie metody DEA do mierzenia efektywności zarządzania portfelem inwestycyjnym funduszy akcyjnych funkcjonujących na polskim rynku kapitałowym. W pierwszej części artykułu zawarto teoretyczne podstawy metody DEA, następnie przedstawiono postacie prymalne i dualne zagadnień programowania liniowego. W części drugiej opisano stosowane warianty metody DEA, które zostały wykorzystane do pomiaru efektywności funduszy, uwzględniające odpowiednio ryzyko całkowite i systematyczne, stopy zwrotu oraz koszty uczestnictwa w funduszu, z uwzględnieniem krótkiego i długiego horyzontu inwestowania. W trzeciej części artykułu zamieszczono otrzymane wartości poziomu efektywności badanych funduszy akcyjnych oraz wyniki

¹ Polskie tłumaczenia Data Envelopment Analysis (DEA) to: Metoda Obwiedni Danych [6], Metoda Otoczki Danych [8], Metoda Analiz Granicznych [7].

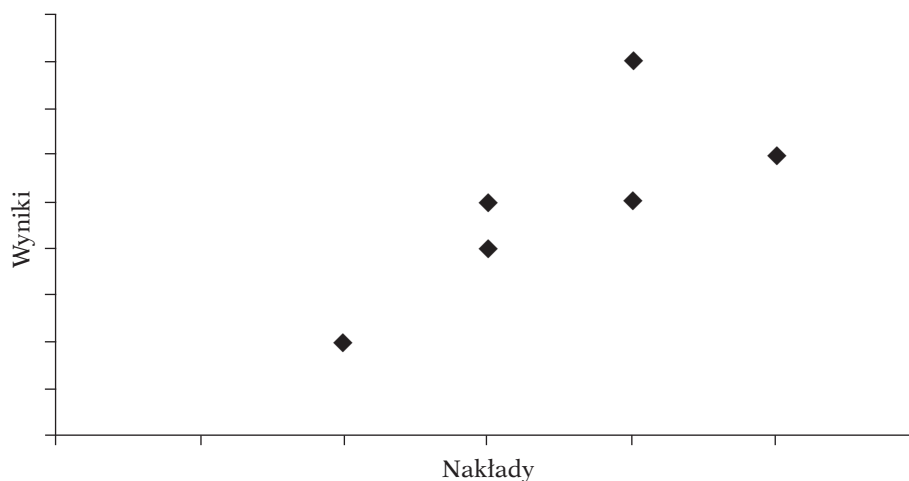
przeprowadzonej analizy porównawczej między metodą DEA a klasycznymi wskaźnikami Jensena, Treynora i Sharpe'a.

2. TEORETYCZNE PODSTAWY METODY DEA

DEA jest jedną z technik badań operacyjnych stosowaną w analizie problemu efektywności [2] i należy do grupy metod nieparametrycznych. Metoda ta jest dość powszechnie stosowana na świecie w różnych obszarach gospodarki. Początkowo stosowana była do oceny efektywności działalności podmiotów sektora publicznego i jednostek nieprzynoszących zysków, takich jak szkoły czy placówki medyczne [1]. W kolejnych latach metodę DEA zaczęto stosować do oceny efektywności banków [2], [14], przedsiębiorstw branży energetycznej [2], funduszy inwestycyjnych [1], [3], [5], [15]. W Polsce metoda ta jest także stosowana i istnieje wiele publikacji prezentujących wyniki przeprowadzonych badań w różnych obszarach, takich jak: działalność banków [8], sektor energetyczny [8] czy biblioteki [6]. W przypadku funduszy inwestycyjnych metodę DEA w ocenie efektywności funduszy jako pierwszy zastosował Murthi w 1997 r. [5], kolejno zaaplikowana została przez Basso i Funari [1]. W obu pracach jako wyniki wykorzystano wyniki funduszy, a jako nakłady ryzyko całkowite mierzone odchyleniem standardowym, ryzyko systematyczne mierzone parametrem beta oraz koszty transakcyjne. Wykorzystanie wartości narażonej na ryzyko (VaR) pozwala na uwzględnienie w nakładach w modelu DEA pojawiających się często w szeregach stóp zwrotu funduszy wartości ekstremalnych [9].

Podstawą metody DEA jest współczynnik produktywności Debreu-Farella wyrażony jako stosunek jednego nakładu i jednego wyniku [1], który został uogólniony na przypadek wielowymiarowy, czyli wielu wyników i wielu nakładów. Przedmiotem analizy w metodzie DEA jest określenie poziomu efektywności, z jaką podmiot podejmujący decyzję DMU (z ang. *decision making units*) transformuje posiadane nakłady na wyniki. Za pomocą metody DEA wyznaczana jest granica efektywności zbioru możliwości produkcyjnych. Obiekty znajdujące się na tej granicy przyjmują wartość współczynnika efektywności równą 1, natomiast wartość tego współczynnika w przypadku obiektów leżących poniżej tej granicy jest mniejsza od jedności. Współczynnik przyjmuje wartości z przedziału (0,1), a różnica wartości względem 1 określa rozmiar nieefektywności pojedynczego obiektu, ponieważ metoda DEA pozwala określić, jaki jest poziom efektywności wybranego obiektu względem pozostałych obiektów w analizowanej próbie.

Podstawową zaletą stosowania metody DEA jest to, że nie wymaga ona formułowania postaci funkcyjnej zależności między nakładami a wynikami.



Wykres 1. Zbiór możliwości produkcyjnych

Źródło: opracowanie własne.

Przyjmijmy następujące oznaczenia:

$j = 1, 2, \dots, n$ obiekty,

$r = 1, 2, \dots, t$ wyniki,

$i = 1, 2, \dots, m$ nakłady,

y_{rj} wielkość wyniku r na jednostkę j ,

x_{ij} wielkość nakładu i na jednostkę j ,

u_r waga wyniku r ,

v_i waga nakładu i .

Miara efektywności DEA dla jednostki (obektu) analizy j jest obliczana jako stosunek sumy ważonych wyników do sumy ważonych nakładów postaci [1]:

$$h_j = \frac{\sum_{r=1}^t u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}}. \quad (1)$$

W przypadku obiektów efektywnych wartość współczynnika h jest równa 1 (obiekt znajduje się na granicy zbioru możliwości produkcyjnych (inwestycyjnych, granica efektywna), natomiast w przypadków obiektów nieefektywnych jego wartość jest mniejsza od 1 i obiekt znajduje się poniżej granicy efektywności. Wielkość wag określana jest w procesie optymalizacji wartości współczynnika h , dla każdej jednostki analizy osobno. Ilorazowe zagadnienie programowania matematycznego dla wybranego obiektu j_0 ma postać:

$$\max_{\{v_i, u_r\}} h_{j0} = \frac{\sum_{r=1}^t u_r y_{rj0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij0}} \quad (2)$$

p.w.

$$\begin{aligned} \frac{\sum_{r=1}^t u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} &\leq 1, \quad j = 1, \dots, n, \\ u_r &\geq \varepsilon, \quad r = 1, \dots, t, \\ v_i &\geq \varepsilon, \quad i = 1, \dots, m, \end{aligned} \quad (3)$$

Ostatnie dwa warunki oznaczają, że wagi nakładów i wyników są zawsze dodatnie i większe od zera. Optymalna wartość funkcji celu (2) jest miarą efektywności dla danego obiektu analizy. Proces wyznaczania wartości współczynnika efektywności h , poprzez optymalizację modelu postaci (2) i (3) powtarzany jest dla każdego obiektu należącego do analizowanej próby. W procesie wyznaczania optymalnej wartości funkcji celu wyznaczane są wartości wag u_r i v_i , co pozwala agregować nakłady i wyniki bez uwzględniania struktury preferencji osoby podejmującej decyzję. Ponieważ wartość optymalna funkcji celu zmienia się dla kolejnych obiektów, to obliczone wartości wag wyników i nakładów odzwierciedlają ich specyfikę.

Zagadnienie ilorazowego programowania matematycznego określone przez (2) i (3) można przekształcić w alternatywny problem programowania liniowego, nakładając ograniczenie postaci $\sum_{i=1}^m v_i x_{ij0} = 1$. Jest to liniowy model CCR (od nazwisk autorów Charnes, Cooper i Rhodes) nazywany modelem zorientowanym na nakłady (z ang. *input-oriented linear model*) [1].

Funkcja celu modelu CCR dla wybranego obiektu $j0$ ma postać:

$$\max \sum_{r=1}^t u_r y_{rj0} \quad (4)$$

p.w.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m v_i x_{ij0} &= 1, \\ \sum_{r=1}^t u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\ -u_r &\leq -\varepsilon, \quad r = 1, \dots, t, \\ -v_i &\leq -\varepsilon, \quad i = 1, \dots, m. \end{aligned} \quad (5)$$

Ten problem ma $(t + m)$ zmiennych decyzyjnych, którymi są wagi u i v , wybierane tak, aby maksymalizować efektywność wybranego podmiotu j_0 . Liczba warunków ograniczających jest równa $(n + t + m + 1)$.

Zagadnienie dualne do postaci pierwotnej (4) i (5) ma postać:

$$\min_{\{\theta, \lambda, s_x, s_y\}} \theta - \varepsilon (I^T s_x + I^T s_y) \quad (6)$$

p.w.

$$\begin{aligned} X\lambda - \theta x_0 + s_x &= 0 \\ Y\lambda - y_0 - s_y &= 0 \\ \lambda \geq 0, s_x \geq 0, s_y &\geq 0 \\ \theta \in R, \lambda \in R^n, s_x \in R^m, s_y \in R^p. \end{aligned} \quad (7)$$

Na zmienne modelu θ i λ_j nie są nałożone żadne ograniczenia, co do ich wartości. Zmienna θ jest interpretowana jako wielkość wszystkich nakładów przypadająca na jednostkę produkcji nieefektywnego obiektu j_0 , niezbędna do osiągnięcia poziomu efektywności równej jedności [3]. Zbiór zmiennych λ_j zdefiniowany jest dla każdej jednostki analizy i definiuje punkt przestrzeni obwiedni (wartości granicznych) utworzony jako wypukła kombinacja liniowa obiektów efektywnych.

3. ZASTOSOWANIE METODY DEA DO OCENY EFEKTYWNOŚCI FUNDUSZY

Ocena efektywności funduszy inwestycyjnych jest przedmiotem wielu badań teoretycznych i empirycznych. W klasycznym, parametrycznym podejściu do oceny ich efektywności wymagane jest spełnienie szeregu założeń, zwykle trudnych do spełnienia. Obecnie można wskazać, co najmniej 100 wskaźników oceny efektywności funduszy, z których żaden w sposób kompleksowy nie ocenia efektywności funduszu, tak by móc jednoznacznie ocenić poziom efektywności funduszu. Metoda DEA, która jak wcześniej wspomniano została zaadaptowana do oceny wyników funduszy inwestycyjnych [5] traktuje każdy pojedynczy fundusz jako DMU [9]. W porównaniu z klasycznym podejściem zastosowanie metody DEA w ocenie efektywności funduszy inwestycyjnych ma następujące zalety: jest to podejście nieparametryczne, nie są wymagane żadne założenia odnośnie wielkości benchmarku, można uwzględnić jednocześnie kilka różnych zestawów zmiennych odnośnie wielkości nakładów i wyników, łatwa w użyciu, niezwykle prosta w interpretacji, dająca jednoznaczny wynik ostateczny w postaci rankingu funduszy.

Do oceny efektywności funduszy inwestycyjnych wykorzystać można model zorientowany na nakłady (CCR). W proponowanym modelu² wynikami są oczekiwane stopy zwrotu lub nadwyżki oczekiwanych stóp zwrotu oraz współczynnik asymetrii stóp

² Model został wykorzystany do oceny efektywności rynku funduszy we Włoszech [1].

zwrotu, natomiast nakładami są ryzyko oraz koszty, jakie ponosi inwestor (koszty ponoszone przy nabywaniu jednostek funduszu oraz ich wykupywaniu lub umarżeniu). Interpretacja tak zdefiniowanych wyników i nakładów ma swoje uzasadnienie w specyfice inwestycji finansowej, jaką są fundusze inwestycyjne. Celem ich działalności jest osiągnięcie jak najwyższej stopy zwrotu ze środków powierzonych im przez indywidualnych inwestorów, i tym samym jest to element stanowiący efekt końcowy działań podejmowanych przez fundusz. Ponieważ decyzja o wyborze funduszu nie jest podejmowana w oparciu o tylko jedną stopę zwrotu, ale najczęściej w oparciu o szereg czasowy stóp zwrotu uzasadnione jest wprowadzenie współczynnika asymetrii stóp zwrotu, który jeśli jest dodatni świadczy o dobrym zarządzaniu portfelem inwestycyjnym funduszu, ponieważ występuje asymetria między ilością stóp zwrotu powyżej i poniżej średniej, ze wskazaniem na te, powyżej, co jest korzystne z punktu widzenia inwestora. Zgodnie z podstawową zasadą obowiązującą na rynku finansowym, osiągnięcie określonego poziomu stopy zwrotu narażone jest na ryzyko, i co istotne im wyższa stopa zwrotu tym większe ryzyko. W konsekwencji oznacza to, że także fundusze obciążone są ryzykiem zarządzania portfelem, co należy zinterpretować jako nakład w przypadku stosowania metody DEA. Konstrukcja współczynnika h w oparciu o odpowiednio dobrane wyniki i nakłady sprowadza się do wyznaczenia klasycznych wskaźników oceny efektywności portfela inwestycji, takich jak: współczynnik Treynora (jeden wynik to nadwyżka stopy zwrotu, a jeden nakład to miara ryzyka, jaką jest parametr β) czy Sharpe'a (jeden wynik to nadwyżka stopy zwrotu, a jeden nakład to miara ryzyka, jaką jest odchylenie standardowe stóp zwrotu).

Niech będzie dany zbiór n funduszy i niech wynikiem y_j ($j = 1, 2, \dots, n$) będzie oczekiwana stopa zwrotu $E(R_j)$ lub nadwyżka oczekiwanej stopy zwrotu $[E(R_j) - R_f]$. Należy zauważyć, że pierwszy wybór pozwala zredukować zjawisko ujemnych wartości w wynikach, podczas gdy w drugim obliczane są tradycyjne wskaźniki Treynora, Sharpe'a, Jensena. W pracy zostaną przeprowadzone optymalizacje pierwszego podejścia, czyli oczekiwana stopa zwrotu w trzech podstawowych postaciach modelu, i dodatkowo dla każdej z trzech postaci uwzględnione zostaną po dwa warianty, różniące się między sobą miarą ryzyka.

Model DEA₁₁

W pierwszym modelu DEA₁₁ uwzględniony zostanie jeden wynik (stopa zwrotu funduszu) oraz alternatywnie jedna z miar ryzyka jako nakład (odchylenie standardowe stóp zwrotu, jako miara ryzyka całkowitego DEA_{11c} lub parametr β jako miara ryzyka systematycznego DEA_{11b}).

Model w postaci ilorazowego zagadnienia programowania matematycznego:

$$\max_{\{u, v_i\}} h_0 = \frac{u y_{j0}}{\sum_{i=1}^h v_i x_{ij0}} \quad (8)$$

p.w.

$$\begin{aligned} \frac{uy_j}{\sum_{i=1}^h v_i x_{ij}} &\leq 1, \quad j = 1, \dots, n, \\ u &\geq \varepsilon, \quad r = 1, \dots, t, \\ v_i &\geq \varepsilon, \quad i = 1, \dots, h. \end{aligned} \quad (9)$$

Po sprowadzeniu do liniowego zagadnienia model (8) i (9) ma postać:

$$\max \quad uy_{j0} \quad (10)$$

p.w.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^h v_i x_{ij0} &= 1, \quad j = 1, \dots, n, \\ uy_j - \sum_{i=1}^h v_i x_{ij} &\leq 0 \\ u &\geq \varepsilon, \quad r = 1, \dots, t, \\ v_i &\geq \varepsilon, \quad i = 1, \dots, h. \end{aligned} \quad (11)$$

Model DEA₂₁

W drugim modelu DEA₂₁ uwzględniony jest nadal jeden wynik (stopa zwrotu funduszu), natomiast nakłady będą dwa. Nakładami, analogicznie jak w pierwszym modelu, alternatywnie odchylenie standardowe stóp zwrotu lub parametr $\beta(x_{ij})$ i koszty (c_{ij}), jakie ponosi inwestor w związku z nabywaniem i posiadaniem jednostek danego funduszu.

Model w postaci ilorazowego zagadnienia programowania matematycznego:

$$\max_{\{u, v_i, w_i\}} h_0 = \frac{uy_{j0}}{\sum_{i=1}^h v_i x_{ij0} + \sum_{i=1}^k w_i c_{ij0}} \quad (12)$$

p.w.

$$\begin{aligned} \frac{uy_j}{\sum_{i=1}^h v_i x_{ij} + \sum_{i=1}^k w_i c_{ij}} &\leq 1, \quad j = 1, \dots, n, \\ u &\geq \varepsilon, \quad r = 1, \dots, t, \\ v_i &\geq \varepsilon, \quad i = 1, \dots, h, \\ w_i &\geq \varepsilon, \quad i = 1, \dots, k. \end{aligned} \quad (13)$$

Po sprowadzeniu do liniowego zagadnienia model (12) i (13) ma postać:

$$\max \quad uy_{j0} \quad (14)$$

p.w.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^h v_i x_{ij0} + \sum_{i=1}^k w_i c_{ij0} &= 1, \quad j = 1, \dots, n, \\ uy_j - \sum_{i=1}^h v_i x_{ij} - \sum_{i=1}^k w_i c_{ij} &\leq 0 \\ u &\geq \varepsilon, \quad r = 1, \dots, t, \\ v_i &\geq \varepsilon, \quad i = 1, \dots, h, \\ w_i &\geq \varepsilon, \quad i = 1, \dots, k. \end{aligned} \quad (15)$$

Model DEA₂₂

W trzecim modelu DEA₂₂ uwzględniono dwa nakłady analogicznie jak we wcześniejszych modelach oraz dwa wyniki, którymi są stopa zwrotu funduszu (y_j) oraz współczynnik asymetrii stóp zwrotu (d_j).

Model w postaci ilorazowego zagadnienia programowania matematycznego:

$$\max_{\{u_r, v_i, w_i\}} h_0 = \frac{u_1 y_{j0} + u_2 d_{j0}}{\sum_{i=1}^h v_i x_{ij0} + \sum_{i=1}^k w_i c_{ij0}} \quad (16)$$

p.w.

$$\begin{aligned} \frac{u_1 y_j + u_2 d_j}{\sum_{i=1}^h v_i x_{ij} + \sum_{i=1}^k w_i c_{ij}} &\leq 1, \quad j = 1, \dots, n, \\ u &\geq \varepsilon, \quad r = 1, \dots, t, \\ v_i &\geq \varepsilon, \quad i = 1, \dots, h, \\ w_i &\geq \varepsilon, \quad i = 1, \dots, k. \end{aligned} \quad (17)$$

Po sprowadzeniu do liniowego zagadnienia (16) i (17) ma postać:

$$\max(u_1 y_{j0} + u_2 d_{j0}) \quad (18)$$

p.w.

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^h v_i x_{ij0} + \sum_{i=1}^k w_i c_{ij0} &= 1, \quad j = 1, \dots, n, \\
 u_1 y_j + u_2 d_j - \sum_{i=1}^h v_i x_{ij} - \sum_{i=1}^k w_i c_{ij} &\leq 0 \\
 u_r &\geq \varepsilon, \quad r = 1, \dots, t, \\
 v_i &\geq \varepsilon, \quad i = 1, \dots, h, \\
 w_i &\geq \varepsilon, \quad i = 1, \dots, k.
 \end{aligned} \tag{19}$$

4. WYNIKI PRZEPROWADZONYCH BADAŃ

Do oceny efektywności funduszy inwestycyjnych wykorzystane zostaną modele zdefiniowane jako DEA_{11} , DEA_{21} , DEA_{22} . W modelu³ jako wyniki wykorzystane zostaną średnie stopy zwrotu funduszy inwestycyjnych, natomiast jako nakłady – klasyczne miary ryzyka, takie jak odchylenie standardowe stóp zwrotu lub parametr β a także koszty, jakie ponosi inwestor w związku z uczestnictwem w danym funduszu inwestycyjnym (koszty ponoszone przy nabywaniu jednostek funduszu, ich wykupywaniu lub umarzaniu).

Przedmiotem badania były akcyjne fundusze inwestycyjne funkcjonujące na polskim rynku kapitałowym. Do badania wybrane zostały dwa okresy, które odpowiednio odzwierciedlają krótki (roczny) i długi horyzont inwestycyjny. Badanie zostało przeprowadzone dla dwóch okresów:

- okres 1 roku – od lutego 2004 do lutego 2005 (18 funduszy) – okres ten był pierwszym rokiem funkcjonowania Polski jako kraju członkowskiego Unii Europejskiej, ponadto zakończono w tym okresie prace legislacyjne nad ustawą o funduszach inwestycyjnych, której najważniejszą częścią były regulacje przystosowujące polskie prawodawstwo do prawnych norm UE,

- okres 4 lat – od lutego 2001 do lutego 2005 (15 funduszy) – okres ten stanowi próbę oceny wyników osiągniętych przez fundusze w długim okresie czasu, cechą charakterystyczną tego okresu była świadomość, iż znacznie zmieniają się obowiązujące na rynku kapitałowym regulacje prawne. Dodatkowo w sposób istotny na kształt ówczesnego rynku funduszy wpływały takie wydarzenia, jak częste zmiany stóp procentowych czy wprowadzenie podatku dochodowego tzw. podatku Belki.

W oparciu o szeregi dziennych jednostek rozrachunkowych, obliczone zostały logarytmiczne tygodniowe stopy zwrotu, które kolejno wykorzystano do skonstruowania nakładów i wyników wykorzystanych w ocenie ich efektywności.

Zmienne wykorzystane w modelu zostały podzielone na dwie grupy:

Nakłady – jako nakłady w przeprowadzonym badaniu potraktowano: odchylenie standardowe stóp zwrotu funduszy, parametr β jako miarę ryzyka systematycznego, prowizje pobierane przez fundusze przy zakupie jednostek uczestnictwa.

³ Model został wykorzystany do oceny efektywności rynku funduszy we Włoszech [1].

Wyniki – jako pierwszą zmienną w grupie wyniki wykorzystano stopę zwrotu osiągniętą przez badane fundusze odpowiednio w okresie 1 roku i 4 lat, natomiast drugą zmienną stanowił współczynnik asymetrii stóp zwrotu – w okresie 1 roku i 4 lat.

W procesie wyznaczania funduszy efektywnych w badanej grupie funduszy akcyjnych optymalizowanych było sześć wariantów modelu zorientowanego na nakłady, różniące się między sobą zestawem zmiennych stanowiących nakłady i wyniki. Dodatkowo każdy z sześciu wariantów optymalizowany był zarówno dla okresu rocznego, jak i czteroletniego. Zestawy zmiennych w kolejnych wariantach optymalizowanego modelu DEA były następujące:

- DEA_{11c} – jeden nakład (odchylenie standardowe stóp zwrotu) i jeden wynik (stopa zwrotu),
- DEA_{11b} – jeden nakład (parametr β stóp zwrotu) i jeden wynik (stopa zwrotu),
- DEA_{21c} – dwa nakłady (odchylenie standardowe stóp zwrotu i prowizje) i jeden wynik (stopa zwrotu),
- DEA_{21b} – dwa nakłady (parametr β stóp zwrotu i prowizje) i jeden wynik (stopa zwrotu),
- DEA_{22c} – dwa nakłady (odchylenie standardowe stóp zwrotu i prowizje) i dwa wyniki (stopa zwrotu i współczynnik asymetrii stóp),
- DEA_{22b} – dwa nakłady (parametr β stóp zwrotu i prowizje) i dwa wyniki (stopa zwrotu i współczynnik asymetrii stóp zwrotu).

W tabelach 1-3 zamieszczono wartości współczynników efektywności dla wszystkich rozważanych funduszy akcyjnych.

Tabela 1

Wartości współczynników efektywności oraz ranking dla wariantu DEA₁₁

Nazwa funduszu	Ryzyko całkowite				Ryzyko systematyczne			
	1 rok		4 lata		1 rok		4 lata	
Arka BZ WBK Akcji	0,798	7	0,49	11	0,587	7	0,393	11
CA IB FIO Akcji	0,624	13	0,547	9	0,44	14	0,472	8
DWS Polska FIO Akcji	0,672	10	0,388	15	0,504	11	0,303	15
DWS Polska FIO Akcji Plus	1	1	0,557	8	0,698	2	0,453	9
ING Akcji	0,548	15	0,481	13	0,387	16	0,367	13
CitiAkcji A	0,705	8	0,51	10	0,512	10	0,415	10
UniKorona Akcji	0,932	2	0,658	4	0,663	3	0,507	7
Pioneer Akcji Polskich	0,531	16	0,436	14	0,408	15	0,351	14
PKO/CS Akcji	0,831	5	0,622	6	0,634	4	0,519	6
Krakowiak	0,676	9	0,671	3	0,495	12	0,538	4

cd. tabeli 1

Nazwa funduszu	Ryzyko całkowite				Ryzyko systematyczne			
	1 rok		4 lata		1 rok		4 lata	
SEB 3	0,642	12	0,483	12	0,525	9	0,385	12
Skarbiec Akcja	0,647	11	0,643	5	0,458	13	0,528	5
Millenium FIO Akcji	0,407	17	0,563	7	0,316	18	0,611	3
CU Polskich Akcji	0,832	4	1	1	0,617	6	0,976	2
GTFI Akcji	0,591	14	–	–	0,373	17	–	–
Allianz Akcji	0,824	6	–	–	0,633	5	–	–
AIG Akcji	0,898	3	–	–	1	1	–	–
DWS Top 25	0,314	18	0,815	2	0,526	8	1	1

Źródło: opracowanie własne.

Dla pierwszego wariantu metody DEA_{11c} jedynie fundusz DWS Akcji Plus był efektywny w okresie jednego roku, natomiast w okresie czterech lat był to fundusz CU Polskich Akcji. W przypadku uwzględnienia jako nakładu ryzyka systematycznego mierzonego współczynnikiem β efektywny był fundusz AIG Akcji w okresie jednego roku, natomiast dla czterech lat był to fundusz DWS Top 25. Porównując miejsca w rankingu poszczególnych funduszy, można zauważyć zgodność w przypadku różnych miar ryzyka dla tego samego okresu analizy (jeden rok lub cztery lata). Natomiast porównując klasyfikację dla tej samej miary ryzyka, ale różnych okresów, to można zauważyć pewne różnice, które mogą wynikać z różnej liczebności grup. Jest to szczególnie widoczne w przypadku funduszu DWS Akcji Plus, który w okresie jednego roku zajmował pierwsze miejsce, natomiast dla okresu czterech lat było to miejsce 8.

Tabela 2

Wartości współczynników efektywności oraz ranking dla wariantu DEA_{21}

Nazwa funduszu	Ryzyko całkowite				Ryzyko systematyczne			
	1 rok		4 lata		1 rok		4 lata	
Arka BZ WBK Akcji	1	1	0,815	2	1	1	0,815	3
CA IB FIO Akcji	0,812	8	0,717	6	0,812	4	0,717	6
DWS Polska FIO Akcji	0,673	13	0,388	15	0,503	16	0,309	15
DWS Polska FIO Akcji Plus	1	1	0,557	11	0,726	5	0,463	13
ING Akcji	0,595	16	0,584	10	0,539	13	0,584	8
CitiAkcji A	0,749	9	0,512	12	0,637	8	0,512	11

cd. tabeli 2

Nazwa funduszu	Ryzyko całkowite				Ryzyko systematyczne			
	1 rok		4 lata		1 rok		4 lata	
UniKorona Akcji	1	1	0,767	5	0,874	3	0,767	5
Pioneer Akcji Polskich	0,538	17	0,436	14	0,408	18	0,36	14
PKO/CS Akcji	0,831	7	0,622	9	0,634	9	0,528	10
Krakowiak	0,676	12	0,671	8	0,495	17	0,549	9
SEB 3	0,682	11	0,504	13	0,585	12	0,504	12
Skarbiec Akcja	0,735	10	0,768	4	0,718	6	0,768	4
Millenium FIO Akcji	0,614	15	0,672	7	0,614	11	0,672	7
CU Polskich Akcji	0,839	6	1	1	0,623	10	1	1
GTFI Akcji	0,625	14	–	–	0,518	15	–	–
Allianz Akcji	0,85	5	–	–	0,669	7	–	–
AIG Akcji	1	1	–	–	1	1	–	–
DWS Top 25	0,314	18	0,815	2	0,526	14	1	1

Źródło: opracowanie własne.

W drugim wariantcie metody DEA, aż cztery fundusze były efektywne w okresie jednego roku (dla nakładu ryzyka całkowitego mierzonego odchyleniem standardowym DEA_{21c}), natomiast w okresie czterech lat był to tylko jeden fundusz. Dla wariantu metody DEA_{21b} zarówno w okresie jednego roku, jak i dla czterech lat, efektywne były dwa fundusze. CU Polskich Akcji. Porównując miejsca w rankingu poszczególnych funduszy, można zauważyć zgodność w klasyfikacji, analogicznie jak w przypadku wariantu DEA_{11} . Zupełny brak zgodności występuje natomiast w przypadku funduszu DWS Top 25.

Tabela 3

Wartości współczynników efektywności oraz ranking dla wariantu DEA_{22}

Nazwa funduszu	Ryzyko całkowite				Ryzyko systematyczne			
	1 rok		4 lata		1 rok		4 lata	
Arka BZ WBK Akcji	1	1	1	1	1	1	1	1
CA IB FIO Akcji	0,988	7	1	1	0,977	5	1	1
DWS Polska FIO Akcji	0,821	14	0,774	11	0,775	13	0,626	14
DWS Polska FIO Akcji Plus	1	1	0,766	13	0,726	15	0,652	12
ING Akcji	0,826	12	0,791	9	0,786	12	0,75	8

cd. tabeli 3

Nazwa funduszu	Ryzyko całkowite				Ryzyko systematyczne			
	1 rok		4 lata		1 rok		4 lata	
CitiAkcji A	0,826	12	0,786	10	0,792	11	0,713	10
UniKorona Akcji	1	1	0,864	8	0,974	6	0,834	7
Pioneer Akcji Polskich	0,63	16	0,637	15	0,601	16	0,54	15
PKO/CS Akcji	1	1	0,741	14	1	1	0,634	13
Krakowiak	0,698	15	0,874	7	0,506	18	0,73	9
SEB 3	0,84	11	0,768	12	0,849	8	0,699	11
Skarbiec Akcja	0,883	9	0,89	6	0,864	7	0,87	6
Millenium FIO Akcji	1	1	0,954	5	1	1	1	1
CU Polskich Akcji	0,884	8	1	1	0,728	14	1	1
GTFI Akcji	0,625	17	–	–	0,518	17	–	–
Allianz Akcji	0,883	9	–	–	0,799	10	–	–
AIG Akcji	1	1	–	–	1	1	–	–
DWS Top 25	0,38	18	1	1	0,833	9	1	1

Źródło: opracowanie własne.

Dla trzeciego wariantu metody DEA otrzymano największą liczbę funduszy efektywnych, były to od czterech do sześciu funduszy w zależności od stosowanego wariantu metody DEA. Tak duża liczba podmiotów efektywnych w przypadku trzeciego modelu DEA wynika z faktu, że wraz ze wzrostem liczby nakładów i wyników, które są uwzględnione w modelu, rośnie liczba podmiotów efektywnych [3]. Analizując otrzymane wyniki wskaźników efektywności dla okresu jednego roku na pierwszych miejscach znajdowały się następujące fundusze: Arka Akcji, DWS Akcji Plus, UniKorona Akcji, PKO/CS Akcji, AIG Akcji. Natomiast w przypadku okresu czterech lat, w grupie najlepszych funduszy znalazły się ponownie Arka Akcji i UniKorona Akcji, a ponadto CU Polskich Akcji oraz DWS Top 25.

W kolejnym etapie przeprowadzonych badań porównano wyniki otrzymane za pomocą metody DEA z klasycznymi wskaźnikami, takimi jak: wskaźnik Jensena⁴, Treynora⁵ i Sharpe'a⁶. W tym celu dla każdego z funduszy obliczono wartość tych

⁴ Wskaźnik Jensena obliczono zgodnie ze wzorem: $J_j = (r_j - r_f) - \beta_j(r_m - r_f)$.

⁵ Wskaźnik Treynora obliczono zgodnie ze wzorem: $T_j = \frac{r_j - r_f}{\beta_j}$.

⁶ Wskaźnik Sharpe'a obliczono zgodnie ze wzorem: $S_j = \frac{r_j - r_f}{\sigma_j}$.

współczynników dla obu rozważanych okresów. Do obliczania tych klasycznych wskaźników potrzebne są takie elementy dodatkowe, jak: stopa zwrotu waloru wolnego od ryzyka (r_f), stopa zwrotu (r_m) oraz ryzyko portfela rynkowego (σ_m). W przeprowadzonym badaniu jako walor wolny od ryzyka wykorzystano średni ważony zysk z bonów skarbowych, natomiast indeks giełdowy WIG20 potraktowano, jako portfel rynkowy. W celu sprawdzenia, czy metoda DEA właściwie klasyfikuje fundusze obliczono współczynniki korelacji między współczynnikami efektywności w kolejnych wariantach metody DEA a wartościami wskaźników klasycznych. Wyniki otrzymane dla obu okresów (jednego roku i czterech lat) zamieszczono w poniższych tabelach 4 i 5.

Tabela 4

Współczynniki korelacji między wynikami DEA i wskaźnikami klasycznymi w okresie jednego roku

Wartości wskaźników klasycznych	Wartości współczynników efektywności otrzymane dla metody DEA					
	DEA _{11c}	DEA _{11b}	DEA _{21c}	DEA _{21b}	DEA _{22c}	DEA _{22b}
Wskaźnik Jensena	0,88	0,87	0,88	0,74	0,65	0,34
Wskaźnik Treynora	0,89	0,83	0,88	0,67	0,70	0,29
Wskaźnik Sharpe'a	0,98	0,71	0,95	0,63	0,74	0,21

Źródło: opracowanie własne.

Dla okresu jednego roku wartości współczynników korelacji są bardzo wysokie w przypadku wariantów metody DEA_{11c}, DEA_{11b}, DEA_{21c}, czyli gdy występuje wariant jednego nakładu i jednego wyniku, oraz dwóch nakładów i jednego wyniku, a nakładem są odchylenie standardowe i koszty. Otrzymane wyniki wskazują na dużą zgodność w otrzymanych wynikach dla tych dwóch różnych metod oceny efektywności zarządzania portfelem inwestycji. Niska wartość współczynników korelacji występuje jedynie w przypadku ostatniego wariantu metody DEA, czyli tego, w którym nakłady tworzą parametr β i koszty, natomiast wyniki to stopa zwrotu oraz współczynnik asymetrii stóp zwrotu.

Tabela 5

Współczynniki korelacji między wynikami DEA i wskaźnikami klasycznymi w okresie czterech lat

Wartości wskaźników klasycznych	Wartości współczynników efektywności otrzymane dla metody DEA					
	DEA _{11c}	DEA _{11b}	DEA _{21c}	DEA _{21b}	DEA _{22c}	DEA _{22b}
Wskaźnik Jensena	0,99	0,93	0,86	0,83	0,60	0,59
Wskaźnik Treynora	0,94	1,00	0,78	0,81	0,62	0,61
Wskaźnik Sharpe'a	1,00	0,92	0,84	0,79	0,56	0,53

Źródło: opracowanie własne.

Dla okresu czterech lat wartości współczynników korelacji wzrosły w większości przypadków dla wariantów pierwszego (DEA₁₁) i drugiego (DEA₂₂), w przypadkach zależności między wskaźnikiem Sharpe'a oraz DEA_{11c} oraz wskaźnikiem Treynora a DEA_{11b} wartości współczynnika korelacji wskazuje na istnienie dodatniej zależności liniowej. Analizując wartości współczynników korelacji dla trzeciego wariantu metody DEA, można zauważyć spadek wartości współczynników w stosunku do okresu jednego roku dla wariantu DEA_{22c} oraz znaczny wzrost w przypadku DEA_{22b}.

5. PODSUMOWANIE

Metoda DEA jest jedną z technik badań operacyjnych, która szeroko stosowana w ocenie efektywności działalności gospodarowania. W pracy podjęto próbę zastosowania metody DEA w ocenie efektywności wyników osiąganych przez fundusz inwestycyjny. Otrzymane wyniki badań pokazały, że metoda DEA jest narzędziem, które może być wykorzystane w procesie podejmowania decyzji inwestycyjnych na rynku kapitałowym.

W świetle przeprowadzonych badań można stwierdzić, że grupa akcyjnych funduszy inwestycyjnych jest zróżnicowana pod względem poziomu efektywności. Zastosowana metoda pozwoliła na uwzględnienie wielu czynników determinujących opłacalność inwestycji w fundusz, takich jak: stopa zwrotu funduszu, ryzyko funduszu, koszt uczestnictwa oraz horyzont czasowy inwestycji. Przeprowadzona analiza porównawcza z klasycznymi wskaźnikami oceny efektywności zarządzania portfelem inwestycyjnym, takimi jak wskaźniki: Treynora, Sharpe'a, Jensena, wskazuje na zgodność uzyskanych klasyfikacji funduszy w oparciu o te wskaźniki z klasyfikacją uzyskaną za pomocą metody DEA. Zgodność tych klasyfikacji wskazuje, że metoda DEA może być stosowana jako alternatywa albo uzupełnienie klasycznych wskaźników w ocenie efektywności zarządzania portfelem inwestycyjnym funduszu.

Uniwersytet Gdański

LITERATURA

- [1] Basso A., Funari S., [2001], *A data envelopment analysis approach to measure the mutual fund performance*, „European Journal of Operational Research”, 135, s. 477-492.
- [2] Charnes A., Cooper W.W., Rhodes E., [1978], *Measuring the efficiency of decision making units*, „European Journal of Operational Research”, 3, 429-444.
- [3] Galagedera D., Silvapulle P., [2002], *A Australian mutual fund performance appraisal using data envelopment analysis*, *Managerial Finance*, 9, 60-73.
- [4] Jensen M., [1968], *The performance of mutual funds in the period 1945-1964*, „Journal of Finance”, 50, 549-572.
- [5] Murthi B., Choi Y., Desai P., [1997], *Efficiency of Mutual Funds and Portfolio Performance Measurement: A Non-Parametric Approach*, „European Journal of Operational Research”, 98, 408-418.
- [6] Osiewalska A., Osiewalski J., [1999], *Próba oceny efektywności kosztowej polskich bibliotek akademickich*, EBIB, <http://www.oss.wroc.pl/biuletyn/ebib03/efektywn.html>

- [7] Pawłowska M., [2005], *Konkurencja i efektywność na polskim rynku bankowym na tle zmian strukturalnych i technologicznych*, Materiały i Studia NBP, Zeszyt nr 192.
- [8] Prędko A., [2003], *Analiza efektywności za pomocą metody DEA: podstawy formalne i ilustracja ekonomiczna*, „Przegląd Statystyczny”, 1, 87-100.
- [9] Ruiyue L., Zhiping C., [2008], *New Dea Performance Evaluation Indices and Their Application in the American Fund Market*, Asia – Pacific Journal of Operational Research, 4, 421-450.
- [10] Seiford L., Thrall R., [1990], *Recent Developments in DEA*, „Journal of Econometrics”, 46, 7-38.
- [11] Sharpe W.F., [1994], *The Sharpe Ratio*, „Journal of Portfolio Management”, 49-59.
- [12] Sharpe W.F., [1966], *Mutual Fund Performance*, „Journal of Business”, 34, 119-138.
- [13] Treynor J.L., [1965], *How to rate management investment funds*, Harvard Business Review, 43, 63-75.
- [14] Yun Y.B., Nakayama H., Tanino T., [2004], *A generalized model for data envelopment analysis*, „European Journal of Operational Research”, 157, 87-105.
- [15] Zamojska A., [2006], *Zastosowanie metody DEA w ocenie efektywności zarządzania portfelem funduszu*, Taksonomia 13, 112-120.

Praca wpłynęła do redakcji w październiku 2009 r.

ZASTOSOWANIE METODY DEA W KLASYFIKACJI FUNDUSZY INWESTYCYJNYCH

Streszczenie

Artykuł prezentuje zastosowanie metody DEA do mierzenia efektywności zarządzania portfelem inwestycyjnym funduszy akcyjnych funkcjonujących na polskim rynku kapitałowym. Do oceny efektywności badanych funduszy wykorzystano sześć wariantów metody DEA, różniących się między sobą strukturą wyników i nakładów i w oparciu o otrzymane wyniki sporządzono klasyfikację funduszy. Kolejno sporządzono klasyfikację funduszy w oparciu o klasyczne wskaźniki: Treynora, Sharpe'a, Jensena i porównano obie klasyfikacje. Przedstawione wyniki badań wskazują, że metoda DEA może być stosowana jako alternatywa albo uzupełnienie klasycznych wskaźników w ocenie efektywności zarządzania portfelem inwestycyjnym funduszu i stanowi użyteczne narzędzie, które może być wykorzystywane w procesie podejmowania decyzji inwestycyjnych.

Słowa kluczowe: DEA, Efektywność, Fundusze Inwestycyjne

EFFICIENCY OF MUTUAL FUND AND A DATA ENVELOPMENT ANALYSIS

Summary

The paper presents an application of the DEA method to measure the efficiency of equity mutual funds on the Polish capital market. The DEA method is an alternative measure of performance of the funds. The advantage of the DEA is that this particular method does not require any assumption concerning distributions of returns. Results showed that the DEA is a simple and very useful at the same time tool for creating the ranks of funds.

Key words: DEA, Efficiency, Mutual Fund