

MAREK RACZKO*

PROBLEM PREMII FORWARD NA RYNKU WALUTOWYM – ANALIZA TEORETYCZNA Z ZASTOSOWANIEM EKSPERYMENTU MONTE CARLO

1. WSTĘP

W artykule zajęto się problemem premii forward, a więc faktem, iż premia forward sugeruje inny kierunek zmiany kursu walutowego niż to ma miejsce na rynku. Dodatkowym problemem staje się fakt, iż inne badania wskazują, że kurs terminowy forward jest poprawnym predyktorem przyszłego kursu spot.

Celem analizy jest ukazanie jakie cechy muszą posiadać zmienne, aby analizy regresji oparte na poziomach danych sugerowały poprawną predykcję kursu walutowego przez kurs terminowy, natomiast analizy oparte na regresji premii forward wskazywały na przeciwny kierunek zależności pomiędzy przewidywanym przez rynek terminowy spotem, a realizowanym kursem walutowym. Autor poddaje analizie hipotezę, iż odwrotne znaki parametrów w dwóch regresjach mogą być spowodowane nieobserwowalną zmienną. Zmienna ta charakteryzuje się silną autoregresją (jest generowana przez proces o długiej „pamięci”), pozostaje jednakże stacjonarna.

Pierwsza i druga część artykułu wprowadza czytelnika w genezę problemu premii forward. Trzecia prezentuje przegląd literatury odnoszącej się do badań empirycznych. Część ta wzbogacona jest poprzez własne obliczenia dla kursów walut tzw. *core economies*. Część czwarta wprowadza explicite pojęcie problemu premii forward opisanej w literaturze. W kolejnej części opracowania zostaje dokonany krótki przegląd dotychczasowych teorii tłumaczących problem premii forward. Szósty fragment tekstu ukazuje, gdzie w teorii ekonometrii może leżeć przyczyna odwrócenia się znaku parametru dwóch regresji niosących podobny wniosek. Część siódma, stanowiąca oryginalny wkład autora, przedstawia eksperyment Monte Carlo (MC), który ma za zadanie potwierdzić asymptotyczne własności przedstawione w części piątej w oparciu o n -elementowe próby. Ósmy fragment opracowania omawia wnioski eksperymentu MC. Wskazuje on jakimi cechami statystycznymi powinna charakteryzować się nieobserwowalna zmienna odpowiedzialna za zmianę znaku analizowanej relacji. Część ta daje odpowiedź na przedstawioną we wstępie hipotezę.

* Autor pragnie podziękować prof. Janowi Jackowi Sztaudyngerowi oraz uczestnikom jego seminarium doktorskiego za cenne komentarze. Autor jest również zobowiązany prof. Czesławowi Domańskiemu prof. Andrzejowi Sławińskiemu oraz dr Januszowi Brzeszczańskiemu za wnikliwe uwagi. Istotną wskazówką dla autora były również komentarze Piotra Bańbuły z Wydziału Analiz Rynków Finansowych NBP.

2. WPROWADZENIE

Kursy walutowe są jednymi z najtrudniej prognozowalnych zjawisk ekonomicznych. Meese i Rogoff (zob. [21]) pokazali, iż nie da się przewidzieć ich zmienności stosując opisowe modele ekonometryczne oparte o dane makroekonomiczne¹. Badania zwróciły się zatem w kierunku modeli prognozowania kursów walutowych na podstawie informacji dostarczanych przez rynki finansowe. Z tego punktu widzenia kluczowa jest analiza zachowania się tychże rynków. W tym zakresie istotnym założeniem jest hipoteza efektywnego funkcjonowania rynków walutowych². W najprostszej wersji hipoteza ta oznacza, że podmioty na rynkach finansowych:

- wyposażone są w wiedzę pozwalającą założyć ich racjonalne oczekiwania,
- są neutralne wobec ryzyka³.

Jeśli hipoteza neutralności wobec ryzyka jest spełniona, to oczekiwane dochody z utrzymywania aktywów finansowych w jednej walucie w stosunku do innej waluty, mierzone oczekiwaną zmianą kursu walutowego, muszą być równe różnicy w stopach procentowych⁴:

$$E(s_{t+k}) - s_t = i_t - i_t^* \quad (1)$$

gdzie:

$E(s_{t+k})$ – oczekiwana wartość logarytmu naturalnego z kursu walutowego spot za k okresów,

s_t – logarytm naturalny z kursu walutowego spot,

i_t – stopa procentowa dla waluty krajowej na k -okresów,

i_t^* – stopa procentowa dla waluty zagranicznej na k -okresów.

Warunek (1) jest powszechnie znany i nosi nazwę niezabezpieczonego parytetu stóp procentowych⁵. Oczekiwane wartości kursu walutowego spot nie są znane, jednakże na rynku notowane są terminowe kursy walutowe. Analiza problemu efektywności rynku kursów walut posługuje się zatem kursami terminowymi (*forward*) oraz zależnościami między nimi a kursami spot. Jeśli przyjąć założenie braku barier w przepływach finansowych a tym samym brak możliwości realizowania zysków z arbitrażu, to różnica pomiędzy kursem forward i bieżącym kursem spot powinna być również równa dysparytetowi stóp procentowych⁶:

¹ Meese i Rogoff [21] porównali wartości prognostyczne szeregu modeli ekonometrycznych, żaden z nich nie dawał prognoz lepszych niż prognoza naiwna.

² Definicje form efektywności rynku można znaleźć w [2], [10], [11].

³ Jest to najprostsza postać tej hipotezy, znana często jako Risk Neutral Efficient Market Hypothesis RNEMH. Hipoteza ta może być rozszerzana tak, aby dopuścić istnienie premii za ryzyko związanych z awersją do ryzyka podmiotów ekonomicznych (zob. [25]).

⁴ Wyjściowa wersja równania jest następująca: $\frac{E(s_{t+k})}{s_t} = \frac{1 + i_t}{1 + i_t^*}$ natomiast po zlogarytmowaniu obu stron i zastosowaniu przybliżenia: $\ln(1 + i_t) \approx i_t$ powstała formuła (1).

⁵ Ang. Uncovered Interest Parity (UIP), (zob. np. [20]).

⁶ Wyjściowa wersja równania jest następująca: $\frac{f_t^*}{s_t} = \frac{1 + i_t}{1 + i_t^*}$, po zlogarytmowaniu obu stron i zastosowaniu przybliżenia: $\ln(1 + i_t) = i_t$ otrzymano (2).

$$f_t^k - s_t = i_t - i_t^* \quad (2)$$

gdzie:

f_t – logarytm naturalny z kursu forward dotyczącego kursu spot z okresu $t + k$,

s_t – logarytm naturalny z kursu walutowego spot,

i_t – stopa procentowa dla waluty krajowej na k -okresów,

i_t^* – stopa procentowa dla waluty zagranicznej na k -okresów.

Zdefiniowany warunek znany jest jako zabezpieczony parytet stóp procentowych. Przyrównując lewe strony równań (1) i (2) możemy zapisać formułę stanowiącą istotę założenia neutralności wobec ryzyka, efektywnego rynku finansowego:

$$E(s_{t+k}) - s_t = f_t^k - s_t \quad (3)$$

lub w prostszej formie

$$E(s_{t+k}) = f_t^k \quad (4)$$

Formuła (4) prezentuje założenie braku premii za ryzyko, wynika z niej bowiem, że emitent kursu forward nie domaga się dodatkowej premii za określenie wartości oczekiwanego kursu. Należy podkreślić, że przy założeniu racjonalnych oczekiwań, zrealizowana przyszła wartość kursu spot równa jest oczekiwanej wartości przyszłego kursu spot skorygowanej o błąd losowy.

$$s_{t+k} = E(s_{t+k}) + \varepsilon_t \quad (5)$$

przy czym:

$$E(\varepsilon_t) = 0; \text{var}(\varepsilon_t) = \sigma^2 \text{ oraz } \varepsilon_t \sim IID$$

Powyższe założenie pozwala przejść do wzorów umożliwiających ekonometryczną weryfikację hipotezy mówiącej o efektywności rynków.

3. EKONOMETRYCZNA WERYFIKACJA HIPOTEZY EFEKTYWNOŚCI RYNKÓW FINANSOWYCH

Weryfikacja hipotezy traktującej o słabej formie efektywności rynków finansowych może zostać przeprowadzona przy pomocy następującej regresji (zwanej także regresją na poziomach):⁷

$$s_{t+k} = \alpha_L + \beta_L f_t^k + \varepsilon_{t+k} \quad (6)$$

gdzie:

s_{t+k} – logarytm naturalny kursu spot w okresie $t + k$,

⁷ Ang. *level regression* w pracy [5].

f_t^k – logarytm naturalny kursu forward w okresie t , zapadającego za k okresów,
 ε_{t+k} – składnik losowy,
 α_L, β_L – szacowane parametry równania.

Przy założeniu, że rynek działa efektywnie, oszacowanie parametru β_L powinno nie różnić się statystycznie istotnie od jedności, natomiast oszacowanie α_L nie powinno różnić się statystycznie istotnie od zera.

Wczesne badania pokazały, iż parametr β_L jest statystycznie nieistotnie różny od 1, natomiast parametr α_L przyjmuje niewielkie wartości, często statystycznie nieistotne (zob. [6], [14], [19]). Wynik ten potwierdzają także estymacje parametrów modelu (6) oparte na próbie dotyczącej danych kwartalnych od stycznia 1980 do lipca 2006 dla 4 podstawowych walut – franka szwajcarskiego, marki niemieckiej⁸, jena oraz funta szterlinga wobec dolara amerykańskiego. Wyniki tej estymacji (por. tabela 1) w znaczącej mierze potwierdzają oszacowania otrzymane we wcześniejszych badaniach (por. [6], [14], [19]).

Tabela 1

Wyniki estymacji regresji na poziomach

Waluta	α_L	Błąd standardowy	β_L	Błąd standardowy	Wartość statystyki F testu Walda dla $H_0: \beta_L = 1$	Wartość p	Wartość statystyki testu kointegracji Engle'a a Grangera	Wartość krytyczna statystyki E-G dla 5% poziomu istotności	Kointegracja
CHF	0,0329	0,0191	0,9798	0,0417	0,2346	0,6292	-8,1695	-2,8882	zmienne są skointegrowane
DEM	0,0138	0,0242	0,9959	0,0375	0,0119	0,9135	-7,7556	-2,8882	zmienne są skointegrowane
GBP	-0,0817	0,0218	0,8645	0,0442	9,3983	0,0028	-6,8813	-2,8882	zmienne są skointegrowane
JPY	0,1988	0,1189	0,9644	0,0241	2,1799	0,1428	-4,0254	-2,8882	zmienne są skointegrowane

Jednak powyższy sposób testowania hipotezy efektywności rynków finansowych stał się niepopularny ze względu na problem regresji pozornych, których przyczyną jest niestacjonarność obu kluczowych zmiennych. Niestacjonarność tych zmiennych jest także potwierdzona w oparciu o próbę, na której analizowano regresję (6) w niniejszym artykule (por. tabela 2 i tabela 3). Z tego też względu do analizy relacji pomiędzy kursem forward a przyszłym kursem spot zaczęto wykorzystywać następujące równanie:

⁸ Dane dla marki niemieckiej po wprowadzeniu euro zostały wyznaczone w oparciu o kurs euro/dolar oraz o stały kurs konwersji marki niemieckiej na euro.

$$s_{t+k} - s_t = \alpha + \beta(f_t^k - s_t) + \varepsilon_{t+k} \quad (7)$$

Biorąc pod uwagę fakt, iż kurs spot jest zmienną zintegrowaną w stopniu pierwszym to jej przyrost jest zmienną stacjonarną. Badania empiryczne dotyczące stacjonarności premii forward $f_t^k - s_t$ nie są jednoznaczne dla wszystkich walut⁹. Analizy dotyczące kluczowych kursów walut (mamy na myśli waluty związane ze stabilnymi, dużymi gospodarkami) wskazują na stacjonarność premii forward (zob. [4]). Problem niestacjonarności premii forward najprawdopodobniej wystąpi dla gospodarek z rynków wschodzących¹⁰. Próba używana w tym opracowaniu potwierdza zjawisko stacjonarności premii forward kluczowych walut (por. tabela 4 i tabela 5).

Tabela 2

Wyniki testu stacjonarności ADF

Waluta	$H_0: X \sim I(1)$			$H_0: X \sim I(2)$			Stopień zintegrowania zmiennej
	Wartość statystyki testu ADF	Wartość krytyczna dla 5% poziomu istotności	Wartość p	Wartość statystyki testu ADF	Wartość krytyczna dla 5% poziomu istotności	Wartość p	
CHF	-1,5689	-2,8889	0,4949	-10,5490	-2,8892	0,0000	I(1)
CHF3M	-1,6087	-2,8889	0,4746	-9,9894	-2,8892	0,0000	I(1)
DEM	-1,4903	-2,8889	0,5348	-9,8442	-2,8892	0,0000	I(1)
DEM3M	-1,5570	-2,8889	0,5010	-9,2704	-2,8892	0,0000	I(1)
GBP	-2,7196	-2,8889	0,0741	-9,0331	-2,8892	0,0000	I(1)
GBP3M	-2,6319	-2,8889	0,0898	-8,8180	-2,8892	0,0000	I(1)
JPY	-1,6876	-2,8889	0,4346	-5,3937	-2,8892	0,0000	I(1)
JPY3M	-1,6211	-2,8889	0,4683	-5,2479	-2,8892	0,0000	I(1)

Tabela 3

Wyniki testu stacjonarności KPSS

Waluta	Wartość statystyki testu KPSS	Wartość krytyczna dla 5% poziomu istotności	Efekt	Stopień zintegrowania zmiennej
CHF	0,6770	0,463	odrzucaamy H0	I(1)
CHF3M	0,6388	0,463	odrzucaamy H0	I(1)
DEM	0,4635	0,463	odrzucaamy H0	I(1)

⁹ Przegląd analiz stacjonarności można znaleźć w pracy [8].

¹⁰ Dzieje się tak ze względu na niestacjonarność premii za ryzyko, która zmienia się w sposób dynamiczny i nieposiadający trwałej tendencji w przypadku krajów rynków wschodzących.

cd. tabeli 3

Waluta	Wartość statystyki testu KPSS	Wartość krytyczna dla 5% poziomu istotności	Efekt	Stopień zintegrowania zmiennej
DEM3M	0,4173	0,463	nie odrzucamy H0	I(0)
GBP	0,0971	0,463	nie odrzucamy H0	I(0)
GBP3M	0,1112	0,463	nie odrzucamy H0	I(0)
JPY	0,8784	0,463	odrzucamy H0	I(1)
JPY3M	0,8905	0,463	odrzucamy H0	I(1)

Tabela 4

Wyniki testu stacjonarności ADF dla premii forward

Waluta	H ₀ :X~I(1)			Stopień zintegrowania zmiennej
	Wartość statystyki testu ADF	Wartość krytyczna dla 5% poziomu istotności	Wartość p	
CH1M-CHF	-3,097113	-2,8892	0,029792	I(0)
DEM1M-DEM	-2,641671	-2,8892	0,087962	I(1)
GBP1M-GBP	-3,076104	-2,8892	0,031447	I(0)
JPY1M-JPY	-3,112091	-2,8892	0,028658	I(0)

Tabela 5

Wyniki testu stacjonarności KPSS dla premii forward

Waluta	Wartość statystyki testu KPSS	Wartość krytyczna dla 5% poziomu istotności	Efekt	Stopień zintegrowania zmiennej
CH1M-CHF	0,3906918	0,463	nie odrzucamy H0	I(0)
DEM1M-DEM	0,4027273	0,463	nie odrzucamy H0	I(0)
GBP1M-GBP	0,1593961	0,463	nie odrzucamy H0	I(0)
JPY1M-JPY	0,1190861	0,463	nie odrzucamy H0	I(0)

4. PROBLEM PREMII FORWARD

Oczekiwane wartości parametrów regresji (7) są analogiczne do oczekiwań związanych z regresją (7). Jednakże w empirycznych analizach równania (6) zazwyczaj otrzymywane są oszacowania α , które nie są statystycznie różne od 0 oraz oszacowania β ,

które są statystycznie istotnie różne od jedności (często badacze otrzymują oszacowania parametru β mniejsze od 0) (zob. [8], [12], [17], [23]). Rezultaty te odbiegają zatem istotnie od zakładanej w hipotezie efektywnie działającego rynku wartości parametru β równego jeden. Co więcej, mimo iż ten rezultat jest niezgodny z podstawową intuicją, występuje w szeregu analiz empirycznych. Froot (zob. [15]) wskazuje, iż średnia wartość oszacowanego parametru β w 75 artykułach naukowych wynosi -0,88. Zjawisko to znane jest w literaturze jako „problem (zagadka) premii forward”¹¹. Wynik ten potwierdza także analiza oparta o próbę wcześniej wykorzystywaną w niniejszym artykule (por. tabela 6). Zastosowany test Walda wskazuje, iż oszacowanie parametru β jest statystycznie istotnie różne od 1.

Tabela 6

Oszacowania regresji premii forward

Waluta	α	Błąd standardowy	β	Błąd standardowy	Wartość statystyki F testu Walda dla $H_0 : \beta_L = 1$	Wartość p
CHF	-0,01370	0,00885	-0,42048	0,22077	41,39883	0,00000
DEM	-0,00437	0,00665	-0,26028	0,22009	32,78892	0,00000
GBP	0,01091	0,00654	-0,48793	0,22599	43,34861	0,00000
JPY	-0,03125	0,01018	-0,79616	0,26565	45,71816	0,00000

Evans i Lewis potwierdzili, że kurs forward i implikowany przez niego kurs spot są zmiennymi skointegrowanymi, a więc estymator MNK regresji (6) jest estymatorem superzgodnym (zob. [9]). Oznacza to, że w oszacowaniach parametrów równania (6) nie pojawił się problem regresji pozornej. Mamy więc do czynienia ze znaczną rozbieżnością wyników pomiędzy oszacowaniami parametru β w regresji opartej na poziomach i regresji opartej na premii forward. Dalsza analiza skoncentruje się na dwóch kluczowych pytaniach:

- po pierwsze, czy istnieje ekonometryczne wyjaśnienie odwrócenia znaku parametru przy przejściu z równania opartego na poziomach danych do drugiego równania opartego na premii forward,
- po drugie, czy istnieje ekonomiczne uzasadnienie dla negatywnego oszacowania parametru β w regresji premii forward?

5. INTERPRETACJA EKONOMICZNA PRZYCZYŃ OTRZYMANIA NEGATYWNEGO ZNAKU W REGRESJI PREMII FORWARD

Ze względu na fakt, iż prezentowana analiza koncentruje się na metodach ekonometrycznych, problem ekonomicznej interpretacji premii forward zostanie jedynie pobieżnie naszkicowany.

¹¹ Ang. *Forward Premium Puzzle* lub *Forward Discount Puzzle*.

Jak już wspomniano, przewidywana relacja kursu forward do przyszłego kursu spot jest oparta o dwa kluczowe założenia:

- brak premii za ryzyko, a więc fakt, iż kurs forward nie zawiera w sobie dodatkowej opłaty wymaganej przez emitenta za prognozowanie przyszłego kursu. Wynika z tego, że kurs forward odpowiada oczekiwanemu kursowi spot (por. równanie (4)),
- oczekiwania rynku dotyczące przyszłego kursu spot są oczekiwaniami racjonalnymi, tzn. przyszły kurs spot jest równy sumie oczekiwań i nieskorelowanego z nimi składnika losowego o rozkładzie normalnym (por. równanie (5)).

Literaturę ekonomiczną dotyczącą problemu premii forward można podzielić na dwa nurty, jeden jako przyczynę otrzymania negatywnego znaku oszacowanego parametru regresji, wskazuje premię za ryzyko, natomiast drugi nurt koncentruje się na odejściu od hipotezy racjonalnych oczekiwań.

Premię za ryzyko można oznaczyć jako p_t :

$$f_t^k = E_t(s_{t+k}) + p_t \quad (8)$$

Podstawowym założeniem w przypadku próby wyjaśnienia problemu premii forward poprzez premię za ryzyko jest jej zmienność w czasie. Gdyby premia za ryzyko była stała w czasie to musiałaby znaleźć swoje odzwierciedlenie w wyrazie wolnym regresji i nie wpłynęłaby na oszacowanie parametru β . Zmienność premii za ryzyko w czasie nie jest jednak warunkiem wystarczającym, ważna jest również skala tej zmienności. Engel wskazał na dwa kluczowe wnioski wynikające z literatury opartej o premie za ryzyko (zob. [8]). Po pierwsze, wariacja, oczekiwanej deprecjacji kursu spot jest zbyt duża, aby mogła być wyjaśniona poprzez konwencjonalne modele premii za ryzyko. Po drugie, premia forward jest zbyt silnie negatywnie skorelowana ze zmianą kursu spot, a przez to nie jest zgodna z żadnym modelem premii za ryzyko. Generalna konkluzja, jaką można wyciągnąć z tego typu podejścia jest taka, że premia za ryzyko może spowodować, iż oszacowanie parametru β jest różne od jedności. Jednakże premia za ryzyko nie jest w stanie wyjaśnić tak dużej rozbieżności pomiędzy wartością oszacowaną a przewidywaną przez teorię, czyli ujemnej wartości oszacowania parametru β .

Odejście od racjonalnych oczekiwań oznaczono w następujący sposób:

$$s_{t+k} = E(s_{t+k}) + \eta_{t+k} \quad (9)$$

gdzie η_{t+k} oznacza systematyczny błąd prognozy.

Odejścia od racjonalnych oczekiwań dotyczących przyszłego kursu spot są tłumaczone trzema różnymi podejściami: bańkami spekulacyjnymi, tak zwanym „problemem peso” oraz mechanizmami uczenia się. Pierwsze dwa spotykają się z krytyką, ponieważ są to efekty krótkotrwałe, co stoi w sprzeczności z długotrwałym charakterem problemu premii forward (zob. [24]). Ostatnie podejście również było początkowo zaliczane do efektów krótkotrwałych, aczkolwiek najnowsze prace wskazują, że mogą być traktowane jako efekty stałe (oparte o Constant Gain Learning) (zob. [1], [3], [18], [22]).

Warto podkreślić, że problem odejścia od zerowej premii za ryzyko lub rezygnacji z założenia racjonalnych oczekiwań były testowane oddzielnie, to znaczy zakładano

uchylenie jednego warunku przyjmując, iż drugi jest spełniony. Kwestię tę wyjaśniają badania oparte o dane z ankiet dotyczących oczekiwań walutowych formowanych przez uczestników rynku walutowego (zob. [7], [13], [16], [26]). Badania te wskazują na fakt, iż problem premii forward jest w większej mierze wywołany przez odejście od hipotezy racjonalnych oczekiwań, niż przez niezerowe premie za ryzyko.

6. EKONOMETRYCZNE PRZYCZYNY ODWRÓCENIA SIĘ ZNAKU W ESTYMACJI OBU REGRESJI

Głównym celem niniejszego artykułu jest analiza ekonometrycznych przyczyn, odwrócenia się znaku szacowanego parametru β w dwóch regresjach (6) i (7), o analogicznej interpretacji ekonomicznej. Problem jest analizowany zarówno w ujęciu teoretycznym jak i poprzez zastosowanie eksperymentów Monte Carlo. Zakładamy hipotezę że niestacjonarne zmienne w regresji „na poziomach” (6) są w stanie „wygłuszyć” inne efekty stacjonarne, te z kolei ujawniają się w pełnej sile w przypadku regresji opartej jedynie o zmienne stacjonarne (7).

W następującej sekcji zostanie przedstawiony mechanizm powodujący, że estymacja parametrów na pozór równoważnych modeli (6) i (7) daje inne wyniki. W tym celu założono, że istnieją dwie przyczyny odchylenia od jedności oszacowanych wartości parametru β w równaniu regresji premii forward. Pierwszą przyczyną jest występowanie zmiennej w czasie premii za ryzyko, natomiast drugą założenie, iż oczekiwania nie są formowane według schematu „oczekiwań racjonalnych”. Przyczyny te można zapisać następująco:

$$s_{t+k} = f_t^k + p_t + \eta_{t+k} \quad (10)$$

gdzie:

p_t – oznacza zmienną w czasie premię za ryzyko,

η_{t+k} – oznacza systematyczny błąd prognozy.

Przyjmując, że zmienne obrazujące kurs forward i odpowiadający mu przyszły kurs spot są skointegrowane, można stwierdzić, iż zmienna $p_t + \eta_t$ musi być stacjonarna, aby równanie (10) było zbilansowane¹². Zakładając, iż przyszły kurs spot jest opisany relacją (10) możemy przedstawić oba estymatory MNK parametrów $\hat{\beta}_L$ i $\hat{\beta}$ (por. [5]):

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_L &= \frac{\text{Cov}(s_{t+k}, f_t^k)}{\text{Var}(f_t^k)} = \frac{\text{Cov}(f_t^k + p_t + \eta_{t+k}, f_t^k)}{\text{Var}(f_t^k)} \\ &= 1 + \frac{\text{Cov}(p_t, f_t^k)}{\text{Var}(f_t^k)} + \frac{\text{Cov}(\eta_{t+k}, f_t^k)}{\text{Var}(f_t^k)} \end{aligned} \quad (11)$$

¹² Evans i Lewis [9] wykazali, iż dla kluczowych walut kursy terminowe i kursy spot z końca okresu, na jaki został wystawiony forward są skointegrowane.

$$\begin{aligned}\hat{\beta} &= \frac{\text{Cov}(s_{t+k} - s_t, f_t^k - s_t)}{\text{Var}(f_t^k - s_t)} = \frac{\text{Cov}(f_t^k - s_t + p_t + \eta_t, f_t^k - s_t)}{\text{Var}(f_t^k - s_t)} \\ &= 1 + \frac{\text{Cov}(p_t, f_t^k - s_t)}{\text{Var}(f_t^k - s_t)} + \frac{\text{Cov}(\eta_t, f_t^k - s_t)}{\text{Var}(f_t^k - s_t)}\end{aligned}\quad (12)$$

W równaniach (11), (12) dwa składniki sumy będące po prawej stronie równania odpowiadają odstępstwom od hipotezy zerowej premii za ryzyko i racjonalnych oczekiwań. Mając na uwadze fakt, że kurs forward jest zmienną niestacjonarną, a więc taką, która nie posiada skończonej wariancji, można zauważyć, że mianowniki obu składników sumy stojących po prawej stronie równania (11) będą dążyć do nieskończoności. Tym samym składniki odpowiadające odchyleniom od zerowej premii za ryzyko i od założenia racjonalnych oczekiwań będą dążyć do zera. Efekt ten nie występuje w przypadku regresji opartej o premie forward, ponieważ premie te są stacjonarne, tym samym mają skończone wariancje. Powyższa analiza, przeprowadzona przez Chakraborty'ego i Haynesa wykazała, że w regresji opartej na poziomach (6) pewne cechy statystyczne zanikają natomiast uwypuklają się w regresji (7) opartej o premie forward (zob. [5]).

7. EKSPERYMENT MONTE – CARLO

Rozważania zaprezentowane powyżej dotyczyły zachowania się estymatora w przypadku, gdy próba dąży do nieskończoności. W takiej próbie, wariancja zmiennej niestacjonarnej jest nieskończona. Jednakże w warunkach analizy ekonometrycznej próby są ograniczone skończoną liczbą obserwacji. Z tego względu należy rozważyć, czy możliwe jest osiągnięcie efektu odwrócenia znaku oszacowania parametru β w regresjach opartych o próbę z zadaną skończoną liczebnością. Przeprowadzono eksperyment MC mający na celu sprawdzenie, w jakich warunkach stacjonarna zmienna jest w stanie wywołać odwrócenie znaku szacowanego parametru modelu. Co więcej, sprawdzono, czy taki prosty eksperyment może pozwolić na replikację wartości oszacowań i statystyk występujących w przypadku estymacji opartych o dane rzeczywiste.

Z punktu widzenia eksperymentu kluczowe są równania generujące zmienne. Należy mieć na uwadze, że kurs spot w okresie s_t , forward f_t^1 oraz przyszły spot s_{t+1} są zmiennymi niestacjonarnymi, które powinny dzielić wspólny trend stochastyczny. W niniejszym artykule uznano, iż tym wspólnym trendem stochastycznym dla przyszłego spotu s_{t+1} i obecnego forwardu f_t^1 może być obecny kurs spot s_t . Przyszły kurs spot jest zależny od dzisiejszego stanu wyjściowego, natomiast punktem wyjścia prognozy jest również obecny poziom kursu spot s_t . Z tych względów kurs spot jest generowany przez proces błędzenia losowego, a więc przez proces niestacjonarny. Co więcej proces ten powinien zawierać dodatkowy czynnik m_t , który będzie procesem stacjonarnym:

$$s_{t+1} = s_t + m_t + \varepsilon_{1t} \quad (13)$$

Jak zauważono wcześniej, kurs forward f_t powinien być wyznaczony w oparciu o dzisiejszy kurs spot s_t , który stanowi jego część niestacjonarną oraz o zmienną stacjonarną m_t . Zmienna ta zostaje wprowadzona do równania opisującego kurs forward ze zmienionym znakiem tak aby w regresji opartej na premiach forward otrzymać efekt odwrócenia znaku:

$$f_t^f = s_t - m_t + \varepsilon_{2t} \quad (14)$$

Mając na uwadze równania (13) i (14) można zapisać następującą relację:

$$s_{t+1} = f_t^f + 2m_t + \varepsilon_{1t} - \varepsilon_{2t} \quad (15)$$

Powyższe równanie jest równoważne równaniu (10), które ukazywało wpływ innych czynników na relację pomiędzy kursem spot i forward. Zmienną $2m_t$ można interpretować jako łączny efekt odstępstwa od założeń zerowej premii za ryzyko i racjonalnych oczekiwań. Zatem $2m_t$ odpowiada sumie $p_t + \eta_{t+1}$ z równania (10).

Następnym etapem eksperymentu MC, kluczowym z punktu widzenia tego artykułu, jest określenie postaci funkcyjnej zmiennej m_t . O zmiennej tej wiadomo jedynie, iż powinna być stacjonarna tak, aby nie zakłócić kointegracji kursu forward i spot. Z tego też względu zapisano zmienną m_t w postaci ogólnego procesu autoregresyjnego, którego parametry (ϕ i δ) będą kalibrowane dla różnych wartości:

$$m_t = \phi m_{t-1} + \delta \varepsilon_{3t} \quad (16)$$

gdzie:

- ϕ – parametr spełniający warunek $|\phi| < 1$, który określa siłę autoregresji,
- δ – parametr moderujący siłę zaburzenia wywołanego przez składnik losowy.

8. WNIOSKI Z EKSPERYMENTU MC

W każdym eksperymencie MC, wykonano 5 tysięcy replikacji i otrzymano 5 tysięcy oszacowań parametrów regresji opartej na poziomach jak i na premii forward. Eksperyment był powtarzany dla 7 różnych wartości parametru ϕ (-0,9; -0,6; -0,3; 0; 0,2; 0,6; 0,9), a także dla 3 różnych wartości parametru δ (0,1; 1; 10) w procesie generującym m_t . Łącznie przeanalizowano 21 scenariuszy. Zbiornicze wyniki eksperymentów dla wszystkich scenariuszy można znaleźć w tabeli 7. Procesy generowania danych tworzyły szeregi czasowe składające się z 200 elementów każdy. W celu pominięcia problemu wartości początkowej (startowej) do estymacji używano 100 ostatnich obserwacji. Wielkość prób została wybrana nieprzypadkowo, tak aby w przybliżeniu odpowiadać próbie prawdziwych danych używanych w pierwszej części tej analizy.

Tabela 7

Wyniki eksperymentów MC

δ	ϕ	Regresja oparta na poziomach										Regresja oparta o premię forward					
		$\hat{\alpha}_L$				$\hat{\beta}_L$				udział skointegro- wanych regresji	$\hat{\alpha}$			$\hat{\beta}$			
		średnia	mediana	błąd standardowy	średnia	mediana	błąd standardowy	średnia	mediana		błąd standardowy	średnia	mediana	błąd standardowy			
0.1	0.9	0.9684	0.6031	2.1189	0.9027	0.9222	0.0819	100.00%	0.0010	0.0004	0.1353	-0.0397	-0.0406	0.1016			
	0.6	1.3372	0.9210	2.0641	0.8665	0.8894	0.0948	100.00%	0.0009	0.0000	0.1039	-0.0126	-0.0129	0.1004			
	0.2	1.3686	0.9460	2.0627	0.8635	0.8847	0.0957	100.00%	0.0008	0.0005	0.1019	-0.0079	-0.0073	0.1005			
	0	1.3731	0.9594	2.0638	0.8631	0.8842	0.0958	100.00%	0.0008	0.0007	0.1017	-0.0075	-0.0072	0.1005			
	-0.3	1.3795	0.9564	2.0686	0.8624	0.8834	0.0961	100.00%	0.0008	0.0002	0.1016	-0.0086	-0.0087	0.1004			
	-0.6	1.3923	0.9665	2.0831	0.8611	0.8819	0.0967	100.00%	0.0007	0.0006	0.1015	-0.0132	-0.0124	0.1004			
	-0.9	1.4786	1.0364	2.1974	0.8525	0.8750	0.1013	100.00%	0.0007	0.0008	0.1017	-0.0483	-0.0476	0.1018			
	0.9	0.2708	0.1563	6.2854	0.9771	0.9787	0.0425	49.72%	0.0013	0.0016	0.2445	-0.7961	-0.8022	0.0853			
	0.6	0.8662	0.6048	3.6143	0.9117	0.9262	0.0724	99.94%	0.0009	0.0030	0.1546	-0.5975	-0.5991	0.0872			
1	0.2	1.6029	1.1731	3.6292	0.8385	0.8631	0.1086	100.00%	0.0008	0.0023	0.1290	-0.5056	-0.5070	0.0868			
	0	1.9160	1.4054	3.7596	0.8079	0.8348	0.1230	100.00%	0.0008	0.0007	0.1236	-0.4966	-0.4964	0.0867			
	-0.3	2.4110	1.8350	4.1348	0.7595	0.7903	0.1438	99.98%	0.0006	0.0002	0.1201	-0.5210	-0.5211	0.0868			
	-0.6	3.1983	2.4750	5.0058	0.6812	0.7093	0.1751	99.18%	0.0005	0.0004	0.1212	-0.6058	-0.6084	0.0871			
	-0.9	5.9769	5.1434	8.3975	0.4014	0.4092	0.2470	31.90%	0.0002	-0.0006	0.1318	-0.8244	-0.8318	0.0788			
	0.9	0.6495	0.4921	59.9608	0.9797	0.9805	0.0413	37.32%	0.0001	-0.0009	0.1618	-0.9973	-0.9974	0.0074			
	0.6	0.8444	0.6125	29.4722	0.9218	0.9324	0.0654	99.78%	0.0003	0.0006	0.1466	-0.9932	-0.9932	0.0118			
	0.2	1.8296	1.2242	29.6040	0.8220	0.8459	0.1171	100.00%	0.0002	0.0005	0.1440	-0.9901	-0.9900	0.0140			
	0	2.4789	1.8553	31.3891	0.7572	0.7844	0.1462	100.00%	0.0002	0.0010	0.1435	-0.9897	-0.9897	0.0143			
10	-0.3	3.7664	2.8339	35.6527	0.6286	0.6527	0.1914	99.76%	0.0002	0.0019	0.1431	-0.9906	-0.9906	0.0136			
	-0.6	5.7470	4.8030	43.0714	0.4288	0.4331	0.2313	77.16%	0.0002	0.0016	0.1430	-0.9933	-0.9933	0.0115			
	-0.9	9.6450	10.0242	60.3239	0.0256	-0.0180	0.2087	4.96%	0.0000	0.0007	0.1432	-0.9977	-0.9979	0.0067			

Należy zauważyć, iż w przypadku niskiej wartości parametru moderującego wariancję błędu w procesie m_t ($\delta = 0.1$), nie można osiągnąć wystarczająco niskiego oszacowania β w regresji premii forward. Wynika stąd wniosek, iż odstępstwa od założenia zerowej premii za ryzyko lub racjonalnych oczekiwań muszą charakteryzować się określoną wariancją, która nie może być mała. Z tego też względu w celu skalibrowania procesu, który poprawnie replikowałby wartości otrzymywane w rzeczywistych estymacjach, należy się koncentrować na wyższych wartościach wariancji błędu. Można także zauważyć, iż wszystkie procesy generujące dane, w których parametr ϕ jest skalibrowany na wielkości ujemne, nie generują wystarczająco bliskich jedności oszacowania parametru β_L . Co więcej w przypadku gdy parametr ϕ jest bliski jedności otrzymujemy niewielką liczbę równań skointegrowanych, co również jest niezgodne z tym co obserwujemy badając zależności występujące w rzeczywistości. Skoncentrowano, więc uwagę na zmiennej m_t generowanym przez proces o umiarkowanej ($\delta = 1$) i wysokiej ($\delta = 10$) wariancji. W przypadku takiego scenariusza można zauważyć, że wzrostowi stopnia autoregresji procesu m_t towarzyszy zbliżanie się oszacowań β_L do 1 a oszacowań β do -1 .

Spośród różnych scenariuszy eksperymentu, wartości parametrów $\phi = 0.6$ oraz $\delta = 10$ są tymi, dla których otrzymane oszacowania są najbliższe wynikom prezentowanym w części pierwszej tej analiz, a więc są najbliższe wartościom rzeczywistym. Należy także zauważyć, iż wielkość parametru ϕ nie wpływa znacząco na wyniki regresji opartej na poziomach, natomiast w przypadku regresji opartej na premii forward wpływ ten zależy od wariancji zaburzeń czynnika m_t . W przypadku niskiej wartości zaburzeń, stopień autoregresji komponentu m_t ma znaczący wpływ na oszacowania parametru β . Wraz ze wzrostem stopnia autoregresji tego czynnika oszacowania parametru β zbliżają się do wartości -1 . Można zauważyć, iż premia za ryzyko bądź odejście od racjonalnych oczekiwań powinno charakteryzować się nie tylko wysokim stopniem autoregresji, ale także dużą wariancją, która nie zaburza równania opartego na poziomach, ale pozwala na silniejsze odwrócenie znaku w regresji opartej na premiach forward dzięki większym resztom.

9. ZAKOŃCZENIE

W artykule przedstawiono, iż przy odpowiednim doborze procesów generujących zmienne można otrzymać odwrócenie znaku przy przejściu ze specyfikacji opartej na poziomach danych do estymacji opartej na premii forward. Fakt ten potwierdza sformułowaną na początku pracy hipotezę wskazującą na problem „wygłuszenia” wpływu czynników stacjonarnych na oszacowania parametrów w przypadku regresji kointegrującej, a ich ujawnienie się w przypadku regresji opartej na premii forward. Innymi słowy została potwierdzona hipoteza badawcza, że przyczyną odwrócenia znaku parametru regresji jest zmienna stacjonarna charakteryzująca się odpowiednią dość znaczącą siłą autoregresji.

Zastrzeżenie może budzić niewielka wartość błędu w przypadku regresji opartej na premii forward. W przypadku danych rzeczywistych zaobserwowano, iż błąd standardowy w estymacji opartej na poziomach był niski, natomiast w estymacji opartej na

premii forward był wysoki. Tę efektu nie udało się odwzorować w prostym schemacie MC. Problem ten ukazuje, iż zachodząca relacja, która powoduje odwrócenie znaku musi mieć bardziej złożoną postać. Będzie to przedmiotem dalszych badań autora.

Student studiów doktoranckich Uniwersytetu Łódzkiego

LITERATURA

- [1] Bacchetta P., Wincoop E., [2005], *Rational Inattention: A Solution to the Forward Discount Puzzle*, Working Paper.
- [2] Brzeszczyński J., Kelm R., [2002], *Ekonometryczne modele rynków finansowych. Modele kursów giełdowych i kursów walutowych*, WIG-Press, Warszawa.
- [3] Chakraborty A., [2004], *Learning, the Forward Premium Puzzle and Market Efficiency*, Working Paper.
- [4] Clarida R.H., Taylor M.P., [1997], *The Term Structure of Forward Exchange Premiums and the Forecastability of Spot Exchange Rates: Correcting the Errors*, *Review of Economics and Statistics*, 79, p. 353-361.
- [5] Chakraborty A., Haynes S.E., [2005], *Econometrics of the Forward Premium Puzzle*, Working Paper.
- [6] Cornell B., [1977], *Spot rates, forward rates and exchange market efficiency*, „*Journal of Financial Economics*” 5, 55-65.
- [7] Dominguez K.M., [1986], *Are Foreign Exchange Forecast Rational? New Evidence from Survey Data*, „*Economics Letters*”, 21, 277-281.
- [8] Engel C., [1996], *The forward discount anomaly and the risk premium: A survey of recent evidence*, „*Journal of Empirical Finance*” 3, p. 123-192.
- [9] Evans M.D.D., Lewis K.K., [1993], *Trends in excess returns in currency and bond markets*, „*European Economic Review*” 37, p. 1005-1019.
- [10] Fama E., [1970], *Efficient capital markets: A review of theory and empirical work*, „*Journal of Finance*” 25, 383-417.
- [11] Fama E., [1991], *Efficient Capital Markets II*, „*Journal of Finance*”, Vol. 46, No. 5, 1575-1617.
- [12] Flood R., Rose A., [2002], *Uncovered interest parity in crisis*, *International Monetary Fund Staff Papers*, Vol. 49, pp. 252-266.
- [13] Frankel J.A., Froot K.A., [1987], *Using Survey Data to Test Standard Proposition Regarding Exchange Rate Expectations*, „*American Economic Review*”, 77, p. 133-153.
- [14] Frenkel J.A., [1980], *Exchange rates, prices and money: lessons from the 1920s*, „*American Economic Review*”, 70, 235-242.
- [15] Froot K.A., [1990], *Short Rates and Expected Asset Returns*, *National Bureau of Economic Research Working Paper*: 3247.
- [16] Froot K.A., Frankel J.A., [1989], *Forward Discount Bias: Is it an Exchange Risk Premium?*, „*The Quarterly Journal of Economics*”, v104, n1: 139-161.
- [17] Gyntelberg J., Remolona E., [December 2007], *Risk in carry trades: a look at target currencies in Asia and the Pacific*, *Bank for International Settlements Quarterly Review*, pp. 73-82.
- [18] Gourinchas P. O., Tornell A., [2004], *Exchange rate puzzles and distorted beliefs*, „*Journal of International Economics*” 64, p. 303-333.
- [19] Levich R.M., [1979], *On the efficiency of markets for foreign exchange*, [w:] Dornbush R., Frenkel J., (eds.), *International Economic Policy Theory and Evidence*, John Hopkins Press, p. 246-267.
- [20] Mark N.C., [2001], *International macroeconomics and finance: theory and econometric methods*, Blackwell Publishing.
- [21] Meese R.A., Rogoff K., [1983], *Empirical exchange rate models of the seventies. Do they fit out of sample?*, „*Journal of International Economics*” 14, 3-24.
- [22] Raczko M., [2006], *Forward Premium Puzzle. Can Constant Gain Learning be the Solution?*, nieopublikowana praca magisterska, napisana na University of Warwick pod kierunkiem dr. Michaela Pitta.

- [23] Remolona E., Schrijvers M.A., [September 2003], *Reaching for yield: selected issues for reserve managers*, Bank for International Settlements Quarterly Review, pp. 65-74.
- [24] Sarno L., [2005] *Towards a Solution to the Puzzles in Exchange Rate Economics: Where Do We Stand?*, Working Paper, Finance Group, Warwick Business School, University of Warwick.
- [25] Sarno L., Taylor M.P., [2002], *The economics of exchange rates*, Cambridge University Press.
- [26] Takagi S., [1990], *Exchange Rate Expectations: A survey of Survey Studies*, International Monetary Fund Working Paper.

Praca wpłynęła do redakcji w październiku 2008 r.

PROBLEM PREMII FORWARD NA RYNKU WALUTOWYM – ANALIZA TEORETYCZNA
Z ZASTOSOWANIEM EKSPERYMENTU MONTE-CARLO

Streszczenie

Niniejszy artykuł przedstawia „problem premii forward” (*Forward Premium Puzzle*), którą można w uproszczeniu rozumieć jako trwałe odchylenie pomiędzy kursami terminowymi forward a oczekiwanymi kursami spot. Punktem wyjścia artykułu jest prezentacja obecnego stanu badań zarówno teoretycznych jak i empirycznych w odniesieniu do opisanego problemu. Główna część opracowania koncentruje się na porównaniu dwóch regresji: pierwszej opartej na relacji na poziomach (*level regression*) oraz drugiej opartej na premii forward (*forward premium regression*). Paradoksalnie, te dwa podejścia do modelowania niezabezpieczonego parytetu stóp procentowych (*Uncovered Interest Parity*) dają rozbieżne rezultaty. W artykule pokazano, że jednym z powodów odwrócenia się znaku w przejściu z jednego równania ekonometrycznego do drugiego może być nieobserwowalna zmienna. Wskazano, iż w przypadku wystąpienia stacjonarnej zmiennej reprezentującej premię za ryzyko i odejście od racjonalnych oczekiwań, regresja oparta na poziomach będzie wskazywała, iż kurs forward jest doskonałym predyktorem kursu spot, natomiast specyfikacja oparta o premię forward wskaże, iż występuje negatywna korelacja pomiędzy kursem terminowym forward a jego przyszłą realizacją. Poprzez serię eksperymentów Monte – Carlo wskazano charakterystyki, jakimi powinien się charakteryzować szereg opisujący odejścia od racjonalnych oczekiwań podmiotów ekonomicznych oraz premię za ryzyko. Wykazano, iż zmienna ta powinna charakteryzować się trwałym wysokim współczynnikiem autoregresji (*persistent variable*) i odpowiednią wariancją. Własności nieobserwowalnej zmiennej mogą zostać wykorzystane w przyszłości w szerszej analizie teoretycznych przyczyn „problemu premii forward”.

Słowa kluczowe: Kursy walutowe, Monte Carlo, stacjonarność, premia za ryzyko, problem premii forward

THE FORWARD PREMIUM PUZZLE – THEORETICAL ANALYSIS WITH
A USE OF MONTE-CARLO EXPERIMENT

Summary

The article deals with Forward Premium Puzzle. The first part of the paper describes the current state of the art. The main focus of the article is the difference in the estimates of two regressions: the level regression and the forward premium one. The article shows that the opposite estimate of the parameter in two regressions may be caused by unobservable stationary variable representing jointly non-rational expectations forecast errors and risk premia. Series of Monte Carlo experiments present that “level” regression of spot – forward relationship and forward premium regression under presence of unobservable variable may yield estimates suggesting different inference. The level regression shows that forward is a proper predictor of future spot exchange rate and the forward premium regression shows that future exchange

rate change will move opposite to the direction suggested by the forward premium. Moreover Monte Carlo experiments suggest that the unobservable variable must be persistent and should also represent a certain level of variability. The properties of unobservable variable may be used in future to match the theoretical values coming from different economic models.

Key words: Exchange rates, Monte-Carlo experiments, risk-premium, forward premium puzzle